JACOBI ROHAULTI
Philoſophi Galli
DE
ARTE MECHANICA
Tractatus Mathematicus
E Gallico Sermone Latinè factus.



LONDINI:
Impenſis *Abelis Swalle* & *Timothei Child*, ad Inſigne Unicornis in Cœmeterio D. Pauli. 1692.

Clariſſimo viro D.

D. JOSEPHO RAPHSONIO,

Regiæ Societatis Conſorti digniſſimo.

SI Rohaldus ipſe amici nomen opuſculo ſuo præfigere voluiſſet, vix equidem crediderim digniorem deligere potuiſſe. Te enim vel Mathematicum natum cenſebit, qui te, paulò poſt vigeſimum annum, novam *Æquationum Analyſin* propoſuiſſe, & hactenus inſoluta Algebraïces Problemata enodaſſe audierit: imò in abſtruſiſſima quæque cùm Matheſeos tùm Philoſophiæ myſteria penetraſſe. Et hæc quidem rara, ſed ego, cui te familiariùs uti feliciter contigit, rariora adhuc novi; nempe cum tantis animi dotibus ne minimùm quidem inſuperbis; nec nos ſcientiarum pueros aſpernaris. Quæ tua affabilitas in cauſâ fuit, cur tanto viro hanc Interpretationem dicarem. Vale & me amare perge.

Præfatio Interpretis.

S*Upervacaneum foret multa de Mechanicarum usu disserere, cum id vel ipsos qui primis labiis Mathematicas Disciplinas degustârunt, minimè lateat. Satis tamen mirari nequeo, ab unico principio, eoque admodum simplici, inventione scilicet centri gravitatis corporum, consequentias omnes tum Statices, tum variarum artium, imò & Machinas propemodum infinitas ortum duxisse. Hæc tibi* ROHALDUS *noster demonstrabit, cujus tractatus, quamquam brevissimæ molis, auro contrà charior esset, si in veteri membranâ descriptus* Archimedi, Theoni *vel cuidam alii ex antiquorum Mathematicorum grege, tribueretur.*

Sed hæc per transennam dicta sunto. Pauca alia sunt quæ te, benigne lector, scire juvabit. 1. *Tractatum hunc ex operibus Auctoris nostri posthumis desumptum fuisse, quæ quidem pleraque alia continent, verum hoc tanquam longè utilissimum, speciminis vice, elegimus.* 2. *Ad interpretationem nostram quod attinet, nos cum Auctore nostro de elegantiâ noluisse certare, de styli perspicuitate tantùm solliciti. Ille enim vernacula suâ, quam cùm naturâ tùm longo usu apprimè callebat, scripsit, nos verò Romanâ, quæ non nisi arte discitur.*

SCIENTIÆ MECHANICÆ TRACTATUS.

DEFINITIONES.

1. GRavitas abſoluta Corporis in Medio liquido poſiti, eſt vis quâ Corpus illud deorsùm fertur, cum nullâ aliâ re niſi partibus ejuſdem Medii continetur. Sic, gravitas abſoluta Lapidis in Aëre, eſt vis ejus deſcendendi cum partes Aëris ſolummodò tangit.

2. Gravitas relativa Corporis eſt vis quâ Corpus movetur ac deorsùm fertur ubi partes aliûs tangit, nec planè à Medio liquido circumcingitur; Verbi gratiâ, gravitas relativa Corporis ſuper Plano inclinato eſt vis ejus deſcendendi ac movendi ſecundùm Planum.

3. Centrum magnitudinis Corporis eſt Punctum ab ejus extremis, æqualiter quantùm fieri poteſt remotum.

4. Centrum Motûs Corporis ſeu Punctum fixum, eſt Punctum quo Corpus ſiſti & circa quod moveri poteſt.

5. Centrum gravitatis Corporis, eſt Punctum circa quod ejus partes ità diſponuntur ac librantur, ut Corpore hoc puncto ſuſpenſo & in quovis ſitu poſito,

partes ad utrumque latus æqualiter ponderent, earumque deſcenſum mutuò impediant.

6. Quodcunque ſuſpendit aut movet Corpus, Potentia aut vis movens vocatur.

7. Quantitas Potentiæ ex quantitate gravitatis Corporis ſuſpenſi vel moti determinatur: *Fig.* 1. Verbi gratiâ, ſi Corpus A deorſum feratur ſecundùm lineam B C vi decem librarum, potentia quæ deſcenſum ejus ſiſtit, ſive illud ſimpliciter ſuſpendat, ſive idem impellat aut trahat ex C versùs B, vocabitur Potentia decem Librarum; ideoque Potentia dupla vel tripla aliâ dicitur, cùm Corpus duplum aut triplum altero ſuſpendit.

8. Quodcunque Motum Corporis ciere aut ſiſtere poteſt, Machina vocatur.

Machinæ duplicis ſunt generis; aliæ ſimplices, aliæ compoſitæ. Inter Machinas ſimplices, ſex vulgò numerantur; ſcilicet *Libra*, *Vectis*, *Trochlea*, *Rota cum Axe*, *Cuneus*, *&* *Cochlea*; quibus *Planum inclinatum* addi poteſt, cùm certum ſit Corpora graviſſima hujus ope ſursùm ferri, quæ aliàs vix moveri poſſent. Machinæ vero compoſitæ innumerabiles ſunt, cùm ex ſimplicibus infinitis propè modis componi poſſint.

9. Applicatio Ponderis aut Potentiæ vecti eſt Angulus Lineæ directionis hujus Ponderis aut Potentiæ cum Vecti.

10. Diſtantia Potentiæ aut Ponderis eſt ſpatium à Puncto Machinæ cui Potentia aut Pondus applicantur, uſque ad centrum motûs.

11. Mechanice eſt Scientia effectuum Potentiarum aut virium moventium quatenus Machinis apponuntur.

SCHOLIUM.

Quemadmodum in Geometricis, Linea & ſuperficies omnimodâ ideali perfectione præditæ ſupponuntur

nuntur, sic in Mechanicis Machinæ sive simplices sive compositæ, tam aptè & concinnè supponi debent, quam à Mente percipi possunt. Ideoque, cùm in posterum de Librâ sermo erit, Lineam rectissimam sine ullâ gravitate aut flexibilitate, cujus cardinis partes sint extremæ aliûs rectæ æquè inflexibilis & levis, quæ priorem Angulis rectis secet, concipias necesse est. Non secus ac, ubi de Trochleâ loquimur, ea planè rotunda, & axe absque ulla crassitie permeata, concipienda est. Nec magis de densitate aut rigiditate Chordarum cæterorumque instrumentorum cogitabis. Et quamvis non dentur Machinæ tam perfectæ, nullo tamen vitio laborari, censendæ sunt, quousque defectûs animadvertantur.

POSTULATA.

1. Corpora gravia ad Terræ centrum rectis feruntur lineis, quæ pro parallelis haberi possunt.

2. Potentia, quæ cum Corpore angulum rectum constituit, fortior est quam si obliquè apponeretur, Verbi gratiâ. Esto AB vectis cujus Punctum fixum sit C, & Punctum B locus cui Potentia apponitur: si Linea directionis hujusce Potentiæ sit recta BD vecti perhendicularis; nullo negotio percipitur eam majus pondus puncto A appensum suspendere aut attollere posse; quam si lineis BE aut BF, quæ angulos obliquos cum vecti constituunt, operaretur. *Fig.* 2.

AXIOMATA.

1. Corporum gravium, regularium & homogeneorum, quorum partes æquè graves & ad libellam positæ sunt, Centrum magnitudinis est centrum gravitatis. Verbi gratiâ sit punctum C Centrum magnitudinis Trabis A B, *Fig.* 3.

cujus partes æquè solidæ & graves & ad libellam positæ supponuntur, ita ut ejus longitudo AB parallela sit superficiei Terræ: Punctum illud Centrum gravitatis erit.

2. Variæ Corporum homogeneorum gravitates inter se se habent, ut eorum moles. Verb.gr. Si digitus Plumbi cubicus sit unius Pondo, dupla ejus moles duorum erit.

3. Vis quæ Punctum corporis gravis suspendit, non minùs omnia alia puncta rectæ per Punctum illud & Terræ Centrum transeuntis suspendit. Ver. gr. Si linea AB corpus C secans continuaretur, donec per centrum Terræ transiret; vis quæ Punctum A aut B suspenderet, puncta omnia rectæ AB etiam suspenderet.

Fig. 4.

COROLLARIUM 1.

Inde patet, quòd si Centrum gravitatis Corporis C esset in Lineâ AB, corpus illud absque motu, & in æquilibrio per Punctum A aut Punctum B, suspenderetur.

COROLLARIUM 2.

Inde etiam liquet, quòd si Centrum gravitatis non sit in lineâ AB per centrum Terræ transeunte, & corpus C ab aliquo ejus puncto A aut B suspendatur, moveri & inclinari debet versùs A & B, ubi est centrum gravitatis. Nam si per Centrum gravitatis B ducatur linea GDH versùs Centrum Terræ; Pars GEH æquâ vi deorsùm fertur ac pars GFH, sed pars AEB majori vi deorsùm fertur quam GEH, ergo etiam quàm GFH, & multò magis quàm AFB.

Fig. 5.

4. Pondus aut vis, Punctum quoddam impellens aut trahens, omnia alia puncta lineæ suæ directionis simul trahit aut pellit. Ex.

Fig. 6.

Ca.

Ca. Si vis aut Pondus Puncto B appositum illud impellat aut trahat, ita ut Lineam directionis BC constituat; quæcunque puncta in rectâ BC occurrunt, ab eodem pondere aut vi unà impellentur.

COROLLARIUM.

Idcircò effectus Potentiæ non mutabitur, si lineâ directionis immutatâ remanente ad aliud Punctum ejusdem lineæ transferatur. v. g. *Fig.* 7. Si Planum ABCD circa Punctum fixum E gyrari nitatur, propter Pondus F Puncto G appensum; & vi quâdam in H positâ impediatur, cujus vis recta AI sit linea directionis: Gyros Plani vis eadem coercebit, cuicunque Puncto Rectæ HI apponatur.

SCHOLIUM.

Hoc posito, non magis difficile est effectum potentiæ angulos obliquos constituentis determinare, quàm potentiæ quæ angulis rectis agit; facili enim negotio mutatur locus prioris hujus potentiæ & puncto lineæ directionis apponitur, in quod à puncto fixo perpendicularis cadit: deindè hac perpendiculari pro distantiæ notâ utendum est. Ita, hæc potentia cogitanda non est in puncto H esse positam, neque recta EH pro ejus distantiâ accipienda est: sed puncto L, ubi incidit Recta EL, perpendicularis Lineæ directionis AI, appositam esse concipi, & perpendicularis EL pro distantiâ accipi debet.

5. Si Potentia, cujus Linea directionis sit in superficie Planâ, circa punctum fixum illam movere nitatur, quælibet partium superficiei impressionem Potentiæ ita recipiet, ut omnes partes circumferentiæ Circuli, cujus Centrum idem Punctum fixum est, vi æquali circa illud moveri nitantur. Ve. gr. Si Potentia Puncto A apposita, cujus Linea directionis

ſit AD, ſuperficiem BCDE circa Punctum fixum F movere conetur; manifeſtò liquet omnia
Fig.8. Puncta Circumferentiæ AGH, cujus centrum eſt F, vi æquali circa hoc punctum ad ſeſe movendum niti. Idem dicendum de omnibus punctis circumferentiæ ILM, & cujuſlibet aliûs quæ punctum F pro centro haberet.

COROLLARIUM.

Effectus Potentiæ non mutabitur, ſi cuicunque alii puncto circumferentiæ circuli circà cen-
Fig.9. trum mobilis apponatur. Ex. Ca. Eſto circulus ABC perpendicularis horizonti, & mobilis circa centrum E, & puncto A apponatur potentia, cujus linea directionis ſit Tangens AF, ſuſpendeatque pondus à puncto C circumferentiæ pendens. Hæc eadem potentia, puncto B appoſita, idem pondus K ſuſpendet, modò Tangens BG ſit ejus linea directionis.

SCHOLIUM 1.

Quod verum eſt in circulo continuo, verum etiam eſt in circulo quocunque modo interrupto, dum partes reliquæ ita arctæ & inflexibiles ſunt, ut altera moveri nequeat, quin & aliæ, ac ſi circulus eſſet integer, moveantur. Ver.gr. Si circulus
Fig.10. ABCD ita abſcindatur, ut partes quæ ſuperſunt, quæque Radiorum æqualium intra Modiolum defixorum formam referunt, omnino inflexibiles ſint: & ſi potentia, alterutrius Radii extremo appoſita, ad ſuſpendendum pondus K extremo alterius Radii appenſum ſufficiat, hæc eadem potentia, cuilibet alii Radio appoſita, eundem ſortietur effectum, modò eadem ratione apponatur; hoc eſt, ſi potentia primâ vice puncto A appoſita,

pro

pro lineâ directionis habeat Tangentem A F, quando iterum punctis B, C, D, apponitur, pro lineâ directionis Tangentes BG, GH, aut DI, habebit.

SCHOLIUM 2.

In Schemate praecedenti clarè patet omnes radios, praeter eos quibus potentia & pondus apposita sunt, inutiles esse, & effectu potentiae nequaquam mutante, abscindi posse. Ita, resecando hujus Machinae inutilia, quando potentia in A concipietur, Recta tantùm A E C, quae purus putus vectis est, supererit. *Fig.* 11.

Item, quando in B concipietur potentia, restabit tantùm B E C, quod pro vecti incurvato, cujus ope vis illa eundem producet effectum, accipi potest.

Et cum potentia in D concipietur, reliquum erit DEC, quod vectim alio modo incurvatum, cujus ope eundem effectum potentia operabitur, repraesentat. *Fig.* 12.

6. Si Potentia Machinae apposita, pondus unum solummodo sustinere potest, illud, quantulcàunque vi additâ, movere & sursum ferre poterit.

7. Si gravitas tota in omnibus corporis partibus diffusa illud movere potest, haec eadem gravitas in centro gravitatis coadunita illud etiam, ut prius, movere poterit. Ita, si tota gravitas partium corporis ABC, in puncto P, quod ejus centrum gravitatis supponitur, congregata esset, eâdem vi antea corpus illud movere posset. *Fig.* 13. *Fig.* 14.

COROLLARIUM 1.

Inde sequitur, quòd si corpus, A B C, quod decem pondo gravitatis in omnibus suis partibus diffusae habere supponitur, alicujus effectûs sit capax,

eundem effectum producere poterit, quamvis tota ſua gravitas dempta ſupponatur, modò illius loco, pondus decem pondo ut D, à puncto B centro gravitatis iſtius corporis pendeat, & hanc gravitatem in centro coadunet.

Fig. 15.

COROLLARIUM 2.

Inde etiam ſequitur, quòd ſi corpus regulare, ut ABC nullam gravitatem habens, cujus centro pondus decem pondo appenditur, effectum quemdam producere poſſit: ejuſdem effectûs capax erit, ſi ablato pondere, in totam corporis extenſionem æqualiter decem pondo diſtribuantur.

PROPOSITIO

PROPOSITIO I.

Si duo Pondera extremis libræ horizontalis appoſita, inter ſe ſint in ratione ſuarum diſtantiarum reciprocâ, erunt in æquilibrio.

SINT Pondera D & E appoſita extremis libræ horizontalis AB,& inter ſe in ratione reciprocâ ſuarum diſtantiarum *Fig.*16. AB, AC; hoc eſt, D ſit ad E, ut BC ad AC. Dico hæc Pondera eſſe in æquilibrio.

Nam, ſeca lineam A B in puncto F, ita ut A F ſit æqualis B C, ac per conſequens F B æqualis A C. Deinde productâ A B utrinque, donec A G æqualis ſit A F, & BH, FB; aufer cogitatione Pondera D & E, & gravitas Ponderis D tribuatur Magnitudini G F, & pariter gravitas Ponderis E detur Magnitudini F H.

Quoniam, ex hypotheſi Pondus D eſt ad Pondus E, ut BC ad AC, & ex conſtructione, BC ad AC, ut AF ad FB; prætereaque AF eſt ad FB, ut dupla GF eſt ad duplam FH: ſequitur, Pondus D eſſe ad Pondus E, ut GF ad FH. Ideoque permutando, gravitas ponderis D eſt ad GF, ut gravitas ponderis E ad FH. Ita ut gravitas ponderum D & E, quæ GF & FH tribuitur, totam GH in omnibus ſuis partibus æqualiter gravem efficiat,& pro Magnitudine regulari & homogeneâ accipi debeat. Præterea, quoniam GA æquatur AF,aut BC æquali, & AC æquatur FB aut BH æquali; ſequitur quòd ſi æqualibus GA, CB,æquales addantur magnitudines AC, BA, Lineæ GC, CA, inter ſe æquales erunt; ac ideo, Punctum C, æqualiter dividens GH, eſt illius centrum Magnitudinis. Et quia Magnitudo hæc regularis

gularis est & homogenea, idem Punctum C est etiam centrum gravitatis, per 1. Axioma; ita ut circa hoc Punctum C Magnitudo GH in æquilibrio maneat: Sed per 1. Coroll. 7. Axiomatis, pondera centris Magnitudinis appensa, in corpora agunt ut eorum gravitates; demptâ igitur à Magnitudinibus GF, GH gravitate illis tributâ, & earum centris unde primum pendebant, ponderibus D & E iterum appensis, in æquilibrio erunt. Ac per consequens si duo Pondera extremis Libræ horizontalis apposita, inter se sint in ratione suarum distantiarum reciprocâ, erunt in æquilibrio. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Exinde liquidò patet, quòd si Pondera D & E essent æqualia, similiterque distantiæ BC, AC, æquales essent, in æquilibrio manerent Pondera.

PROP. II.

Si duorum Ponderum extremis libræ horizontalis appositorum, primum majorem habeat rationem ad secundum, quàm distantia secundi ad distantiam primi, non erunt in æquilibrio, libraque versùs primum verget.

*Fig.*17 DUO Pondera D & E apposita sint extremis libræ horizontalis, cujus Punctum fixum sit C; & Pondus D majorem habeat rationem ad Pondus E, quàm distantia BC ad distantiam AC: Dico libram versùs D proclinatum iri.

Nam, sit Pondus F ad Pondus E in ratione distantiæ BC ad distantiam AC. Quandoquidem ratio distantiarum ratione Ponderis D ad Pondus E minor est, necesse est ut ratio Ponderis F ad Pondus E, minor sit ratione Ponderis D ad idem Pondus E; ideoque

ideoque Pondus F pondere D minus erit. Cùm autem pondus F sit ad pondus E, ut BC ad AC; si loco ponderis D ponatur pondus F, per 1. Prop. pondus E sustinebit. Relicto igitur pondere D, quod pondere F gravius est, sequitur, per 6 Axioma, Libram versus D proclinatum iri. Ac per consequens si duo pondera, *&c.*

COROL.

Hinc facilè concludere est, quòd si duo pondera extremis libræ apposita, sint in æquilibrio, erunt quoque in ratione reciprocâ suarum distantiarum. Aliàs enim per hanc propositionem, Libra versùs illud quod majorem haberet rationem vergeret: quod contra hypothesin.

PROP. III.

Si duo Pondera extremis Libræ inclinatæ ad Horizontem apposita, sint in ratione suarum distantiarum reciprocâ, in æquilibrio manebunt.

Pondera D & E, quæ extremis Libræ AB *Fig.* 18 inclinatæ ad horizontem apponuntur, sint in ratione reciprocâ suarum distantiarum, hoc est, D sit ad E, ut BC ad AC: Dico illa in æquilibrio manere.

Nam, per Libram AB transeat Planum Horizonti perpendiculare, & super illud planum transeat per punctum C linea horizontalis FG: Deinde producantur Lineæ AD, BE, occurrentes rectæ FG, punctis F & G.

Quoniam Linea FG est Horizontalis, sequitur perpendicularem esse Lineæ DF & BG, quæ per 1. Postul. parallelæ habentur, cùm sint Lineæ directionis ponderum D & E versùs centrum terræ;

&

& consequenter pondera, perpendiculariter supra punctis F, G, Libræ Horizontalis FG, ponderare. Præterea, quia Anguli FCA & GCB, ad verticem oppositi, & Anguli alterni FAC & GBC inter se æquales sunt; sequitur Triangula ACF, & GCB similia esse: ideoque GC est ad FC, ut BC ad AC. Sed BC est ad AC, ut D ad E. Ergo GC est ad FC, ut Pondus D ad Pondus E. Idcirco pondera, per 1. Prop. in æquilibrio super libra FG manere debent. Sed per Corol. 4. Axiom. Pondera D & E non aliter agunt in libram inclinatam AB quàm in horizontalem FG, igitur etiam super librâ AB in æquilibrio manebunt. Quod erat demonstrandum. Ac per consequens, si duo pondera, *&c.*

COROL.

Hinc patet Punctum C, Libram AD ita secans ut illius partes sint in ratione Ponderum ab ejus extremis pendentium reciprocâ, centrum esse gravitatis eorumdem Ponderum simul sumptorum.

SCHOLIUM.

Hîc notandum est hæc tantùm sequi ex Hypothesi quæ 1. postulato nititur, nimirum quod lineæ directionis Ponderum sint parallelæ. Siquidem exindè pendet demonstratio similitudinis Triangulorum ACF, BCG: sed quia ex hypothesi tantùm, non reipsâ, parallelæ sunt, centrum gravitatis Libræ AB etiamnum quærendum est, per Lineas directionis Ponderum D & E tanquam ad centrum Terræ protractas.

Hanc difficultatem, in Librâ cujus ab extremis æqualia Pondera pendent, Guido-Ubalde examinat, asseritque Punctum libram quocunque modo sitam, bifariam secans centrum esse gravitatis, Aliàs

Aliàs enim, inquit ille, Corpus plura gravitatis Puncta habere posset, quod fieri nequit.

Verum hæc omnia nihil probant, siquidem, corpus unum solummodo gravitatis centrum habere, est ipsa Quæstio de quâ disputatur.

Guido-Ubalde hallucinatione notatur à Tartaglia, qui Libram, ut AB, à cujus extremis pendent Pondera æqualia, & per distantias *Fig.* 19. æquales AC, CB, trahentia, sive Lineæ directionis Ponderum parallelæ sint, sive ad centrum Terræ perveniant; eam, inquam, asserit in æquilibrio quiescere debere, cùm horizonti parallela est: inclinato autem alterutro Brachio v. g. AC, non sistere Brachium, sed ascendere sursum, donec Libra Horizonti parallela sit. Ratio allata est, quia Pondera Libræ apposita, non nisi circumferentiam circuli describendo moveri possunt. Partes autem hujus circumferentiæ sicut Plana inclinata ab illo considerantur, & ita Arcus DG quem Pondus D descendendo describit, similiter, Arcus EB per quem Pondus E descendit, juxta illum, sunt inclinata Plana. Cùm autem Corpus grave majori vi super Planum alio proclivius moveatur, sequitur, Pondus E descensum ire, & illius vi Pondus D ascensurum; siquidem proclivitas Arcûs EB major est proclivitate Arcûs DG.

Sed ad demonstrandum hujus argumenti falsitatem, invertatur argumentum, & contrarium planè concludetur hoc modo. Pondus illud ascendere debet, quod per Planum altero proclivius, ascendere cogitur. Sed Pondus E per Planum EF, Plano DA, per quod Pondus D ascendit proclivius, ascendere cogitur, ergo Pondus E ascendere & Pondus D descendere debet.

Harum argumentationum vitium ex eo pendet quòd in utrâque media pars duntaxat eorum quæ consideranda essent animadvertatur: sic, in priori

Pondus

Pondus illud, in quo major est vis descendendi, consideratur tantùm, nullâ attentione factâ ad vires utriusque ascensui resistentes: in posteriori verò, Ponderum vires ascensum plus minusve sistentes solummodo considerantur, eorum descendendi viribus non animadversis. Quis ergo mirabitur hæc argumenta non concludere, & tum Tartaglia, tum Guido Ubalde hallucinatos. Verùm hæc difficultas in Propositione sequenti explanabitur.

PROP. IV.

Si ab extremis Libræ Horizontalis pendeant Pondera æqualia, per distantias æquales trahentia, & ad centrum Terræ per Lineas directionis, erga se invicem vergentes tendentia, manebunt in æquilibrio, sed si tantisper, alterutrum libræ brachium inclinetur, Pondus illi affixum descendet, donec Libra perpendicularis sit Horizonti.

Fig. 20 PEndeant ab extremis Libræ ACB Pondera æqualia D & E, per distantias æquales AC, BC trahentia; eorum lineæ directionis AF, BF, ad centrum Terræ F perveniant. Dico primùm, quòd si libra parallela sit horizonti, ideoque perpendicularis Lineæ CF, in æquilibrio manebit.

A puncto C ducantur Lineæ CG, CH, perpendiculares AF & BF. Quoniam, Triangulorum ACF & BCF, duo latera AC, CF æquantur lateribus BC, CF, & Angulus Rectus ACF æquatur Angulo Recto BCF; Angulus CFA erit æqualis CFB. Præterea, Triangulorum CFG & CFH Anguli CFG, & CGF, æquantur Angulis CFH & CHF, & latus CF commune est. Ergo latus CG æquatur lateri CH. Unde sequitur, quòd si Pondera D & E apposita essent punctis G & H, quia traherent per distantias æquales, essentque in

ratione

ratione ſuarum diſtantiarum reciprocâ, manerent in æquilibrio. Sed per Corol. 4. Axiom. Pondera D & E non aliter agunt in Libram ACB quam in Libram GCH; igitur ſuper Librâ ACB erunt etiam in æquilibrio.

Dico ſecundò, quòd ſi tantiſper alterutrum Libræ latus inclinetur, Pondus ei appenſum deſcendere perget, donec Libra perpendicularis ſit horizonti.

Producatur versùs G linea AF, deinde à Puncto fixo C, deſcribantur Rectæ CG, CH perpendiculares Lineis directioni, AF, BF. Poſtea, per punctum F ducatur Linea FI, biſecans Angulum AFB: Tunc BI erit ad IA, ut BF ad AF. At BF major eſt AF, ergo BI major etiam erit IA; & ideo Punctum I cadet inter Punctum A & Punctum G biſecans AB. Item ex Puncto I Lineæ IL, IM, perpendiculares Lineis AF, BF, ducantur. *Fig.* 21.

Quoniam Triangulorum FIL & FIM, Anguli ILF & IFL æquales ſunt Angulis IMF & IFM; Latuſque FI commune eſt, Lineæ IM & IL æquales ſunt. Præterea, quia Triangulorum GAC & LAI Anguli AGC, ALI Recti ſunt, & Angulus in A communis, hæc Triangula ſunt æquiangula: Igitur GC eſt ad LI, ut CA ad IA. Sed CA major eſt IA, ergo GC major etiam erit IL, aut IM æquali. Porro, Triangula IBM, & CBH, Angulos BMI, & BHC rectos habentia, & Angulum in Puncto B communem, æquiangula ſunt. Idcirco IM eſt ad CH, ut MB ad HB. At MB major eſt HB; ergo IM major etiam erit CH. Sed GC major eſt IM, ergo à fortiori major etiam eſt CH. Ideoque ratio Ponderis D ad Pondus E major eſt ratione CH ad CG. Undè ſequitur, quòd Pondere D in G, & Pondere E in H appoſitis, Libra GCH in æquilibrio ſtare non debeat, ſed versùs Pondus D propendere. At, per Corol. 4. Axiom. Pondera D & E eundem effectum in Libram ACB ac in Libram GCH produ-

producere debent, & conſequenter illam verſus Pondus D pellere. Quod erat demonſtrandum. Ideoque ſi ab extremis, *&c.*

SCHOL. 1.

Libra ACB, hîc adeo inclinata eſt, ut Angulus CAF ſit obtuſus, ſed ita inclinari poſſet, ut iſte Angulus eſſet acutus aut ſaltem rectus. In priori caſu, perpendiculares CG, IL, inter A & F, caderent, & in poſteriori, cum CA & IA, coinciderent; ſed in utroque Pondus D per diſtantiam perpendicularem, majorem diſtantiâ ponderis E traheret. Ideoque vis deſcendendi ponderis D major eſſet vi reſiſtendi ponderis E.

SCHOL. 2.

Neque experientiâ vulgari, errorem *Guido-Ubalde* aut Tartagliæ demonſtrari ſperandum eſt. Siquidem uti ſupra notavimus, Lineæ directionis ponderum ferè parallelæ ſunt, & ad alterutrum inclinantur tantum quantitate Anguli quem in Terræ centrum faciunt; quæ cum minima ſit, diſtantia per quam pondus demiſſum trahit, non multo major eſt ea per quam trahit alterum pondus. Præterea cum attritus Cardinum Libræ optimæ, motum valde minuat; ſequitur, cauſam, quæ Libram deorſum pellit, debiliorem eſſe illâ quæ eandem in æquilibrio permanere cogit.

Si quis tamen experientiâ noſſe cupiat, utrum Anguli Linearum directionis ſatis aperti ſint, & Libra à Centro Terræ non multum diſtet; contra Murum Horizonti perpendicularem, Libram apponat, ita ut Muro parallela ſint haſta & ſcapus; Tunc appenſis Ponderibus D & E duorum ſatis magnæ amplitudinis funiculorum extremis, iidem quodam modo coarctentur, tranſeuntes ſcilicet ſupra *Fig.* 22.

Trochleas

Trochleas N & O dispositas ut in Schemate demonstratur. Siquidem, hoc pacto, Pondera, quasi ad Punctum F tendentia, sive tanquam Punctum F, à quo Libra non multùm distat, esset centrum Terræ, Extrema Libræ traheret: & ita Pondus D jamjam demissum descendere perget, & alterum ascendere coget.

PROP. V.

Si Libra, cujus centrum Motûs est supra Rectam à cujus extremis pendent Pondera æqualia per distantias æquales trahentia, parallela sit Horizonti, semper in eodem situ manebit. Quod si ab externâ causâ mutatur situs & inclinetur Libra, tandiu movebitur donec parallela sit Horizonti.

ESTO Libra AB secta æqualiter in puncto F, ubi perpendiculariter apponatur Linea inflexibilis FC. Esto etiam Punctum C suprà AB, Centrum motûs hujus Libræ, à cujus extremis pendeant Pondera æqualia D, E, per distantias æquales AF, BF, trahentia: dico primùm, quòd si AB parallela sit Horizonti, in eodem situ parallelo quiescet. *Fig.* 23.

Quoniam AB secta est æqualiter in puncto F, sequitur, per *Coroll.* 2. *Prop.* 3. Centrum gravitatis, quantitatis ponderibus D & E compositæ esse illud Punctum F. Præterea quoniam AB parallela est Horizonti, & CF perpendicularis AB, sequitur, CF esse quoque perpendicularem Horizonti; sicque quantitas composita Ponderibus, Puncto C, suspenditur, non secus ac per Punctum F suspenderetur; quia Punctum C præcisè supra centrum gravitatis F constitutum est. Unde fit, juxta 1. *Coroll.* 3. *Axiom.* ut Libra AB immota & Horizonti parallela, maneat quòd erat demonstrandum.

Dico ſecundò, quòd, ſi ab externâ causâ mutetur ſitus Libræ & inclinetur, ita ut alterum illius extremum, alio magis demiſſum ſit, in eundem ſitum non perget Libra, ſed priorem Horizonti parallelum aſſumet.

Fig. 24.

Nam Librâ ſic inclinatâ, Linea CF ampliùs non eſt perpendicularis Horizonti, diſceditque à Rectâ CH, quæ ad centrum Terræ fertur; ideòque ubi Punctum C, centro gravitatis F reſpondebat cum Libra Horizonti parallela eſſet, nunc reſpondit Puncto G, quod inter F & A conſtituitur; idcirco Libra, puncto C ita ſuſpenditur ac ſi per punctum G ſuſpenderetur. Unde fit per 2 *Coroll.* 3 *Axiom.* Quantitatem compoſitam ponderibus D & E, id eſt, Libram AB, motum non omittere, ſed deſcendere versùs GB, ubi eſt centrum gravitatis F. Quod erat demonſtrandum ac per conſequens, *Si Libra*, &c.

SCHOLIUM.

Licet conſultò fortè nulla Libra, ut ea quæ modò deſcripta fuit, conſtruatur; ſæpiſſime, tamen, ſive ignorantiâ ſive quacunque aliâ ratione, nonnullæ ejuſdem proprietatis conſtruuntur; ut quando operarii quatuor hiſce *Fig.* 25. deſcriptis haud abſimiles incogitanter faciunt: Nam in qualibet harum centrum motûs C eſt ſuper Rectâ per Puncta A & B, à quibus Pondera pendent, tranſeunte, in qua per conſequens Centrum gravitatis inveniri debet. Verum hæc proprietas reſtituendi ſcilicet æquilibrium, magnum eſt in Libra vitium, quia vis quâ Pondus erectum deſcendit eſt adeo valida, ut, quamvis Pondus inferius paulò gravius ſuperiori eſſet, aſcendi tamen cogeretur. Ideoque, niſi inter Pondus notabilis eſſet differentia, hujuſce modi Libra maneret in æquilibrio.

Fig. 25.

PROP.

PROP. VI.

Si Libra, cujus Centrum motûs est infra Rectam & à cujus extremis æqualia Pondera per distantias æquales trahentia pendent, parallela sit Horizonti, eundem situm retinebit. Verùm si tantisper inclinetur, Brachium quod deorsùm movere inceperit tandiu movebitur donec Libra situm priori contrarium acquisiverit, & ejus Centrum gravitatis, sub ipso centro motûs ponatur.

ESTO Libra A B, & Puncto F, illam bisecanti apponatur perpendiculariter Linea inflexibilis F C. Esto etiam Punctum C, quod est infra A B, Centrum motûs hujus Libræ, à cujus extremis pendeant Pondera æqualia D & E per distantias æquales A F, B F trahentia. Dico 1. Quod si A B parallela sit Horizonti in eodem situ parallelo quiescet. *Fig.* 26.

Quandoquidem enim A B secta est æqualiter in F, sequitur per Coroll. 3. Prop. Punctum illud Centrum esse gravitatis Quantitatis compositæ Ponderibus D & E. Præterea quia A B parallela est Horizonti & C F perpendicularis A B, sequitur C F perpendicularem quoque Horizonti esse: ita ut Quantitas composita Ponderibus D & E, à Puncto C sustineatur non secùs ac si suspenderetur à puncto F, quia Punctum C, super ipso centro gravitatis F, constituitur. Unde fit, ut juxta 1. *Coroll.* 3. *Axiom.* Libra A B immota, parallelaque Horizonti maneat, quod erat demonstrandum.

Dico 2. Quod si tantisper inclinetur Libra ita ut una extremitas alterâ demissior sit, eam deorsum moveri, donec situm priori omnino contrarium acquisiverit centrumque gravitatis sub ipsum centrum motûs descendat. *Fig.* 27.

 Nam

Nam Librâ ſic inclinatâ, Linea C F non amplius eſt perpendicularis Horizonti, & à Rectâ H C, ad centrum Terræ tendente, diſcedit. Unde fit ut Librâ, per hanc Lineam H C Puncto G quod eſt inter F & B, ſectâ, hinc quaſi per Punctum G ſuſpensâ conſiderari debeat: Idcircò, per 2. *Coroll.* 3. *Axiom.* Libra moveri non deſinet, ſed ſtatim verſus A, unde Pondus demiſſum proclinabitur, & quouſque Punctum F ſub ipſum Punctum C deſcendat. Quod erat demonſtrandum: Ac per conſequens, ſi Libra, *&c.*

SCHOLIUM.

Libræ magnæ quarum Centrum motûs, uti modo dictum fuit,hoc eſt ſub ipſo Centro gravitatis ſitum eſt, aliis, quarum centrum motûs deſuper poſitum eſt, anteponendæ ſunt. Nam quantulacunque ſit gravitas Ponderum in Lance una major quàm in altera, lanx gravior proclinabitur: Siquidem magna hujuſmodi Librarum movendi facilitas obſtaculum quod attritus craſſi cardines affert,facilius vincit. Interea tamen ut bene utamur hoc Librarum genere, Lances ad libellam ponendæ ſunt manibuſque ſuſtinendæ, donec haſta ſit parallela Horizonti. Aliàs enim, demiſſior Lanx alteram Lancem minus oneratam ad aſcendendum cogeret, quia tunc non per Punctum Medium, ſed per aliud, ſuſpenderetur Libra.

PROP.

PROP. VII.

Datis uno aut multis Ponderibus, & locis ubi apponuntur, in Libra cujus magnitudo nota est, reperire Punctum fixum circa quod in æquilibrio manebunt.

HÆC Propositio tres Casus habet.

1. Casus. Esto Libra A B, cujus magnitudo sit duodecim digitûm, & ab illius extremis pendeant Pondera D & E, prius sex pondo alterum verò trium. Quæritur Punctum fixum C circa quod Libra in æquilibrio quiescat. *Fig.* 28.

Adde Pondera D & E in unum, summa erit novem; præterea sicut summa est ad Pondus E, nempe novem ad tria; ita Longitudo Libræ A B, sit ad partem A C. Dico Punctum C esse Punctum fixum circa quod D & E in æquilibrio manebunt.

Quoniam enim Pondus D & E simul sumpta, sunt ad E, sicut A B est ad A C, ita dividendo D est ad E ut B C ad A C. Ergo, per 1. Prop. Pondera D & E circa Punctum C, manebunt in æquilibrio.

2. Casus. Esto Libra A B cujus nota Magnitudo sit scilicet duodecim digitûm, sed ubi hactenus nullam gravitatem Libris tribuerimus, hanc esse octo Pondo cogitemus, & Pondus E extremo B appensum quatuor. Quæritur Punctum C, circa quod libra in æquilibrio maneat. *Fig.* 29.

Biseca Libram A B in Puncto F, hoc Punctum erit Centrum magnitudinis. Deinde, sicut summa gravitatis Libræ & Ponderis nempe 12. est ad gravitatem Ponderis E, scilicet 4. ita etiam, B F sit ad F C. Dico gravitatem Libræ per Punctum C suspensæ, cum gravitate Ponderis E in æquilibrio esse.

Quoniam enim Punctum F est Centrum magnitudinis Libræ A B, quam homogeneam, hoc est, æqualis crassitiei & gravitatis in omnibus suis partibus esse assumimus, est etiam Centrum gravitatis. Si igitur tota hæc gravitas cogitatione auferatur, tribuaturque Ponderi D, puncto F appenso; Libra iisdem proprietatibus, perinde ac si totam suam gravitatem retineret, gaudebit. At per Casum præcedentem, posito Pondere D, Puncto F Libræ nullius gravitatis, appenso, Pondus D in æquilibrio circa Punctum C Pondus E suspendere debet. Ergò per 2. Coroll. 7. Axiom. redditâ Libræ totâ gravitate sua, ea quoque Pondus E in æquilibrio circa Punctum C suspendere debet.

3. Casus. Esto Libra, cujus Longitudo sit 24 digitûm, gravitas vero 12 unciarum; ab *Fig.* 30. extremo A pendeat Pondus 6 unciarum, & à Puncto E, 10 digitis à Puncto B distanti, pendeat Pondus 2 unciarum. Quæritur Punctum fixum C circa quod Libra & Pondera D & F, in æquilibrio maneant.

Bisecca Libram A B in Puncto G, & totâ ejus gravitate cogitatione sublatâ tribuatur Ponderi 12. quod huic Centro appensum concipiatur. Deinde, Ponderibus D & F omnium remotissimis, & Libræ parte inter Puncta A & E, à quibus pondera pendent, comprehensâ, consideratis; dividatur pars A E in puncto H ita ut fiat sicut Pondus D ad Pondus F, ita E H ad A H. Deinde, vice Ponderum D & F, concipiatur Pondus 8, illis æquale, Puncto H appensum. Et Pondere 8 & Pondere 12. inter se comparatis, Libræ pars H S ita in Puncto C dividatur, ut G C sit ad A, ut Pondus 8 ad Pondus 12. Dico Pondus C esse Punctum fixum, sive Centrum motûs circa quod Libra & Pondera in æquilibrio manebunt.

Nam

Nam per Coroll. 3. Prop. Punctum H est Centrum gravitatis quantitatis Ponderum D & F. Consequenter per 1. Coroll. 7. Axiom. Pondus 8, sicut Pondera D & E simul, in Libram agere debet. Item, quia Punctum G est Centrum gravitatis Libræ A B, Pondus 12. in ipsam ut tota gravitas quæ illi tribuitur, agere debet: Ideo, Libra & Pondera D & F stare debent in æquilibrio circa idem Punctum, circa quod duo Pondera 8 & 12 starent. Quoniam enim 8 est ad 12 ut GC ad HC sequitur per 1. Prop. Pondera 8 & 12 in æquilibrio circa Punctum C mansura esse. Ergo circa idem Punctum C, Libra & Pondera D & F in æquilibrio manere debent.

SCHOLIUM.

Si datur præterea Pondus alterum alii Puncto, ut I appensum; Pondus totam in se gravitatem Libræ & Ponderum D & E simul sumptorum, habens; Puncto C concipiatur appensum. Deinde fiat ut tota gravitas ad gravitatem Ponderis in I appensum; ita I L ad C L. Et sic clarè patet Punctum L illud esse, circa quod quantitas composita Ponderibus & Librâ, in æquilibrio maneret.

PROP. VIII.

Datis, in Libra Brachiorum inæqualium & Longitudinis gravitatisque notæ, Puncto fixo & quantitate Ponderis à Brachii brevioris extremo pendentis, invenire locum minoris Ponderis dati in æquilibrio Libram suspendentis.

ESTO Libra AB cujus longitudo sit 12 digitûm, gravitas 2 unciarum, & C Punctum fixum, digito, ab extremitate A ubi appe ditur Pondus D E unius Pondo *Fig.* 31.

 sive

ſive 16 unciarum, diſtans. Eſto etiam pondus datum I. Quæritur punctum cui, pondere I appenſo, hujuſce ponderis & Libræ gravitate in æquilibrio pondus DE ſuſpendatur.

Biſecta ſit Libra in puncto F. Punctum hoc & magnitudinis & gravitatis Centrum erit. Deinde concipiatur pondus H puncto F appenſum, totam Libræ gravitatem habens, quæ cùm minor ſit gravitate ponderis DE, fiat ut AC ad FC, ita pondus H ad pondus E. Poſtea ut pondus I ad pondus D, ita AC ad GC. Dico punctum G locum eſſe ponderis I, undè cum gravitate Libræ conjunctum, pondus DE in æquilibrio ſuſpendet.

Quoniam enim pondus H, cùm parte E ponderis DE in æquilibrio eſſe debet, ſequitur gravitatem Libræ hanc partem E in æquilibrio ſuſpendere. Præterea, quoniam ut pondus I ad pondus D, ita AC ad GC, ſequitur hæc duo pondera, in æquilibrio circa punctum C manſura eſſe: ac per conſequens punctum G illud eſt, cui appenſo pondere I cujus gravitas cum gravitate Libræ conjuncta eſt, in æquilibrio pondus DE ſuſpendit. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Stateræ conſtructio ex iſta propoſitione hunc in modum deducitur.

Sumatur Virga ligno metallove confecta, Longitudinis ſatis amplæ, Craſſitiei ubique æqualis & gravitatis notæ. Deinde extremo A, Unco, ad ponderanda diſtinendum appoſito, & puncto quocunque C pro centro motûs accepto: Inveniatur per præcedentem, punctum G, cui pondus I gravitatis notæ appoſitum, ſuſpendat in æquilibrio, conjunctim cum gravitate libræ, quantulamcunque quantitatem ponderandam,

Fig. 32.

derandam, V. gr. Pondo unum: eodem modo inveniantur puncta H, I, L, M, N, &c. quibus apponere oportet pondus I, ut in æquilibro ſit cum duobus, tribus, quatuor, quinque, aut ſex pondo. Sicque notulis diverſis, reliqua longitudo virgæ A B ſignari poterit, & ſtatera perfici.

SCHOL. 1.

Cùm materia operis variis ut plurimùm laboret defectibus, & præcedens conſtruendæ ſtateræ Methodus accuratiſſima eſſe nequeat, ſtatera juxta dictum Methodum conſtructa pluribus vitiis obnoxia eſſe poſſet, quare ſequentem operariorum agendi rationem quantumvis in ſe rudem, ſequi operæ pretium eſt. Unco D pondus omnium, quod ſtaterâ ponderari poterit, minimum, v. gr. Librale pondus appendunt, operarii, & ſtaterâ interim Horizonti parallelâ, pondus I movent à C verſus B, donec punctum, cui pondus I appoſitum librale pondus ſuſpendat, invenerint: ibique primam ſignant notulam G. Deinde Unco alia pondera, ut 2, 3, 4, 5 & 6 pondo, diverſis vicibus apponendo, movendoque pondus, notulas H, I, L, M, N, *&c.* quibus totius ſtateræ longitudo ſignatur, reperiunt.

SCHOL. 2.

Quantavis diligentia ſtateræ conſtructioni adhibeatur, nunquam omninò perfecta eſſe poteſt, cùm illius ope minima pondera, ut unciæ, multò minùs grana granorumque partes, ponderari nequeant. Hoc tamen præ Librâ communi habet commodi, quod unicum pondus, idque ſatis exiguum, ad onera magna ponderanda, ſufficiat, neque multis aliis opus ſit. Ita, pondere 25 pondo Tormenta bellica, plurium millium hâc ponderantur ſtaterâ: nam

nam ubi Cardines ejus gravitatem Tormenti, ſtateræ & ponderis 25 pondo ſuſpendunt, duplum Libræ communis cardinibus ſuſtinendum eſſet. Unde fieret ut Libra oneribus graviſſimis onerata quam plurimùm frangeretur: cum verò integra maneret, Cardines nimium contriti difficillimè moverentur, ideoque magna inter pondera, ad præponderandum, requirenda eſſet inæqualitas.

PROP. IX.

Fallacem Libram, vacuâ, & ponderibus inæqualibus onuſtâ, in æquilibrio manentem, conſtruere.

Fiat alterum Libræ Brachium altero brevius. Deinde Lances & funes inter ſe ſint, ut Brachia Libræ; lanxque gravior, Brachii brevioris, & levior longioris extremo, apponatur. Dico Libram hanc ſive vacuam, ſive ponderibus inæqualibus onuſtam in æquilibrio manſuram.

Prius patet per 1. Prop. quia vice ponderum ponuntur Lances.

Poſterius etiam manifeſtum eſt, nam Libra in æquilibrio manere nequit, niſi Lances & Pondera quibus oneratur ſint inter ſe in eadem ratione ac Brachia; & ad id requiritur inter pondera eadem ratio inæqualitatis ac inter Brachia.

SCHOL 1.

Fieri poteſt contra Artificis intentum, Libras hoc vitio laborari, quod ut agnoſcatur, Pondera Lancibus mutentur. Tunc enim in æquilibrio non erunt, licet primâ vice fuerint.

SCHOL.

SCHOL. 2.

Cum longâ experientiâ comprobatum ſit Mercatorem hâc Libra utentem lucraturum, emptorem vero jacturam paſſurum, ſi Merces in Brachii longioris Lance ponerentur; excogitata ſunt media, quibus utriuſque damna compenſari poſſent. Hæc inveniſſe ſe crediderunt, qui, quæ una vice ponderari poterant, pluribus vicibus ponderabant, ita ut pondus in utraque Libræ Lance alternatim reponeretur, ve. gr. Si ſexaginta Mercium pondo, in ejuſmodi Librâ ponderanda eſſent, ſex æqualibus partibus dividebantur, quarum prima, tertia & quinta in brevioris Brachii Lance; ſecunda verò, quarta & ſexta in longioris ponderabantur.

Verùm multùm abeſt ut accuratum pondus hac viâ invenias quod calculo facilè dignoſci poteſt. Nam, ve. gr. ponderanda ſint ſexaginta mercium pondo in Librâ, cujus Brachia, in ratione 15 ad 16 inter ſe ſint. Tribus primis vicibus ponatur pondus, hoc eſt, 10 pondo, in brevioris Brachii Lance, tribus poſterioribus in longioris transferatur. Jam autem, certum eſt, quâlibet priorum vicium, Mercatorem $9\frac{6}{16}$ pondo mercium, hoc eſt 28 ^{2} pondo, tradere, & quâlibet poſteriorum dare $10\frac{10}{15}$ pondo, quæ 32 pondo conficiunt : ita ut $60\frac{2}{16}$ pondo, vice 60 tantùm largiatur Mercator, qui propterea duarum unciarum jacturam patitur.

PROP.

PROP. X.

Si Potentia, cujus Linea directionis perpendicularis est Horizonti, pondus, ope Vectis Horizonti paralleli, suspendat, eadem erit ratio Potentiæ ad Pondus, quàm distantiæ Ponderis ad distantiam Potentiæ.

1. ESTO Vectis AB, Horizonti parallelus, cujus punctum fixum sit C. Dein, Potentia in B apposita, lineamque suam directionis Horizonti perpendicularem, habens, sustineat pondus D, adeò Vecti appositum, ut Centrum gravitatis suæ extremo A respondeat. Dico eandem esse rationem ponderis ad distantiam Potentiæ, quàm AC ad BC. ad AC.

Fig. 33.

Nam si auferatur Potentia in B, & in ejus locum substituatur pondus E, sustinens pondus D, Vectis AB non diversus erit Librâ in C suspensâ. Ideoque per 1. Prop. erit eadem ratio ponderis E ad pondus D, quàm distantiæ AC ad distantiam BC. Sed pondus E, quod pondus D sustinet, necessariò æquatur Potentiæ appositæ in B, cùm eundem ac ipsa producat effectum. Ergo indè sequitur eandem esse rationem Potentiæ in B ad pondus D, quàm distantiæ ponderis ad distantiam Potentiæ, hoc est AC ad BC; quod erat demonstrandum.

2. Esto nunc Vectis secundæ speciei, AB, cujus punctum fixum extremo A, & Potentia in altero extremo B, quæ ab infima parte versus summam nitens, sustineat pondus D, puncto C inter punctum fixum & Potentiam, appensum. Dico eandem esse rationem Potentiæ ad pondus, quàm distantiæ ponderis ad distantiam Potentiæ, hoc est, AC ad AB.

Fig. 34.

Nam si producatur Vectis AB versus E, ita ut AE æqualis sit AB; & auferatur Potentia quæ est in

in B, transferaturque in E ubi sursum deorsum versus agat, sequitur per Scholia Corollarii 5. Axiomatis, Potentiam eundem effectum in E, ac in B producturam, hoc est, etiamnùm pondus suspensum ire: sed in hoc casu, jam demonstratum est Potentiam in E, esse ad pondus D, ut A C ad A E, sive A B æqualem. Ergo eadem Potentia in B apposita est ad pondus D, ut distantia ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est ut A C ad A B, quod erat demonstrandum.

3. Esto prætereà, Vectis tertiæ speciei, ut A B cujus punctum fixum sit in extremo A, & pondus D in altero extremo B, potentiaque, puncto C inter punctum fixum & pondus ubi è deorsùm agat, apponatur. Dico eandem esse rationem potentiæ ad pondus, quàm distantiæ ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est, A B ad A C. *Fig.* 35.

Nam si producatur Vectis A B ad E, ita ut A E æqualis sit A C; & auferatur potentia in C, transferaturque in E ubi è sursum deorsùm agat; sequitur, per Scholia Corollarii 5 Axiomatis, potentiam eundem effectum in E, ac in C producturam, hoc est pondus D suspensum ire. Sed in hoc casu, demonstratum fuit in primâ hujus parte, potentiam in E, esse ad pondus D, ut A B est ad AE, sive A C æqualem. Ergo eadem potentia in C apposita, est ad pondus D, ut distantia ponderis A B ad distantiam potentiæ A C. Quod erat demonstrandum.

4. Esto denique Vectis incurvatus A C B, cujus pars A C parallela sit Horizonti, punctumque fixum sit C; & pondus D ex puncto A pendeat, potentiaque in B apposita per Lineam B E, Vectis parti C B perpendicularem, agat. Dico eandem esse rationem potentiæ ad pondus, quàm distantiæ ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est, A C ad B C. *Fig.* 36.

Si

Si enim producatur pars Vectis A C versus F, ita ut C F sit æqualis B C, & si auferatur potentia in B, transferaturque in F ubi perpendiculariter è sursùm deorsùm agat: sequetur per Scholia Corollarii 5. Axiomatis, potentiam eundem effectum in F ac in B producturam, hoc est, pondus D suspensum ire. Sed in hoc casu, demonstratum fuit in 1. hujus parte, potentiam in F esse ad pondus D, ut A C est ad C F, aut B C æqualem. Ergo hæc eadem potentia in B est ad pondus in A, ut distantia ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est ut A C ad B C: Quod erat demonstrandum.

SCHOL. 1.

Cum Vectis primæ aut quartæ speciei usui adhibetur, potentia pondere minor majorve esse potest; prout distantia ponderis A C, distantiâ potentiæ B C major minorve est.

SCHOL. 2.

Sed quando utimur Vecti secundæ speciei, distantia Ponderis necessariò minor est distantiâ Potentiæ, quemadmodum Potentia necessariò Pondere minor est.

SCHOL. 3.

E contra in usu Vectis tertiæ speciei distantia Ponderis necessariò major est distantiâ Potentiæ, sicuti Potentia necessariò major est Pondere.

SCHOL. 4.

Si quis uteretur Vecti secundæ speciei & Potentiam vice puncti fixi, adhiberet, hæc ultima Potentia & prior

prior essent in ratione suarum distantiarum, à puncto cui appenditur Pondus, reciprocâ. Itaque, si duæ Potentiæ, Punctis A & B, Vectis A B, appositæ, Vectem sustineant, dico Potentiam in A esse ad Potentiam in B, ut B C ad A C. *Fig.* 37.

Nam si Punctum fixum Vectis esset in B, sequeretur modò demonstratis, Potentiam in A esse ad Pondus, ut B C ad A B, si verò esset in A, Pondus ad Potentiam eandem rationem haberet ac A B ad A C. Itaque ab una parte tres sunt quantitates, scilicet Potentia in A, Pondus D, & Potentia in B, & ab alterâ tres Lineæ B C, A B, & A C quæ binæ sumptæ eandem rationem habent, & ideò proportionales sunt in ratione æquali, hoc est, Potentia in A est ad Potentiam in B, ut B C ad AC: Quod erat demonstrandum.

S C H O L. 5.

Quod demonstratum fuit de Vecti primæ speciei Horizonti parallelo, Verum etiam est de eodem inclinato; modo pondus liberè pendeat ab extremo cui affixum est, & potentiæ Linea directionis perpendicularis sit Horizonti, Ve. gr.

Sit Vectis primæ speciei Horizonti iuclinatus, ut A B, cujus punctum fixum est C; & pondus D ab extremo liberè pendeat, potentiaque illud sustinens, ita apponatur extremo B, ut sua Linea directionis G B sit Horizonti perpendicularis. Dico potentiam esse ad pondus, ut distantia ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est ut A C ad B C. *Fig.* 38.

Ducatur enim per punctum fixum C, Recta FGC Horizonti parallela, ideóque perpendicularis tùm Lineæ directionis ponderis scilicet A F, tùm Lineæ directionis potentiæ nempe G B; sit CF distantia

perpen-

perpendicularis ponderis, & GC distantia perpendicularis potentiæ. Jam clarè patet, per Scholium Corollarii 4. Axiomatis, pondus à puncto A pendens, neque debilius neque fortius Vectim inclinatum AB, quàm Vectim Horizontalem FG, movere posse. Liquet etiam potentiam in B æqualiter Vectim inclinatum AB & Vectim Horizontalem FG movere debere. Unde sequitur potentiam, quæ apponenda esset in B, ad sustinendum pondus D puncto A appensum, non differre potentiâ, quæ in G, ad suspendendum idem pondus in G ponderosum, apponi deberet. At si potentia quædam in G, pondus D, in F ponderans, sustineret, eadem esset ratio potentiæ ad pondus, ac distantiæ ponderis FC ad distantiam potentiæ CG. Ideoque cùm potentia erit in B, & pondus D in A ponderabit, erit eadem ratio potentiæ ad pondus quàm FC ad CG. Sed FC est ad CG ut AC ad BC propter similitudinem Triangulorum ACF & BCG. Ergo potentia in B est ad pondus in A, ut AC ad BC; Quod erat demonstrandum.

PROP. XI.

Inter Potentias, quarum Lineæ directionis perpendiculares sunt Horizonti, illa quæ sustinet Pondus firmiter constrictum suprà Vectim parallelum Horizonti, minor eâ est, quæ, si alia paria sint, Pondus idem demissum sustinet, sed major illâ quæ Pondus illud erectum suspendit.

Fig. 39. ESTO parallelus Horizonti Vectis AB, cujus punctum fixum sit C. Esto etiam pondus, cujus Centrum gravitatis sit D, firmiter constrictum supra extremum A, & in altera B, apponatur potentia pondus sustinens, cujusque Linea directionis sit perpendicularis Horizonti.

Dico

Dico potentiam hanc minorem esse aliâ quæ, eodem modo apposita, idem Pondus ope Vectis demissi IL, sustineret, sed majorem esse alterâ, quæ ope Vectis erecti HG idem Pondus etiam suspenderet.

A Centro gravitatis D ducatur recta DE, Vecti perpendicularis: & ex eodem puncto D ducatur alia recta perpendicularis Horizonti; hæc Linea coincidet cum Lineâ DE, quando vectis parallelus erit Horisionti; sed quando demissus, IL, cadet in Punctum M, à Puncto fixo C remotius quam Punctum E; contrà verò cadet in Punctum F, Puncto fixo propiùs quando Vectis erectus erit ut HG. Itaque, Punctis E, M, F, supra quæ Pondus in Vecti prout diversimodè disponitur gravitat, determinatis, perspicuum est distantiam EC Ponderis, supra Vectim AB Horizonti parallelum gravitantis, minorem esse distantiâ MC, cùm Pondus demissum est, majorem vero distantiâ FC, quando erectum est.

Nunc autem per præcedentem Propositionem liquet, Potentiam in B esse ad Pondus quod sustinet, ut EC ad CB. Verùm ratio EC ad CB minor est ratione MC ad CL, aut CB, æqualem. Sed ratio MC ad CL eadem est ac ratio Potentiæ in L, ad Pondus quod suspendit. Ergò ratio Potentiæ in B, ad Pondus quod sustinet, minor est ratione Potentiæ in L ad idem Pondus. Ac per consequens Potentia in B, sustinens Pondus ope vectis Horizonti paralleli, minor est Potentiâ in L, idem Pondus demissum sustinente; Quod erat demonstrandum.

Ad alteram hujus Propositionis partem quod attinet considerandum est iterum Potentiam in B esse ad Pondus quod sustinet, ut EC ad CB. Ratio autem EC ad CB major est ratione FC ad CG, aut CB æqualem. Sed ratio FC ad CG eadem est ac ratio Potentiæ in G, ad Pondus quod sustinet. Ergò ratio Potentiæ in B ad Pondus quod sustinet

major eſt ratione Potentiæ in G, ad idem Pondus. Ac per conſequens Potentia in B, Pondus ope vectis Horizonti paralleli ſuſtinens, major eſt Potentiâ in G idem Pondus, erectum ſuſtinente: Quod erat demonſtrandum.

SCHOL 1.

Quoniam, quò magis Pondus demiſſum eſt, eò magis Punctum M, à Puncto fixo C removetur; & è contra, quò magis erectum eſt eò magis Punctum F ad Punctum fixum appropinquatur, indè neceſſariò fit ut Potentia Pondus ſuſpendens eò major evadat quo demiſſius, & eò minor quò erectius erit. Sed quoniam fieri poſſet Pondus adeò erectum ire, ut ejus Centrum gravitatis Puncto fixo perpendiculariter reſponderet, & in hoc caſu Punctum fixum totam gravitatem ferret, nullaque daretur cauſa cur Pondus verſus alterutram partem proclinari deberet, tunc ad illud ſuſpendendum nullâ opus eſſet Potentiâ.

SCHOL. 2.

Jam, ſi Pondus infra Vectim, non verò ſupra, ut prius, firmiter adſtrictum eſſe ſupponatur; haud difficile erit contrarium præcedentis Propoſitionis, ſimili argumentatione deducere. Quod adeò cognitu facile eſt, ut ſupervacaneum ſit hiſce immorari.

SCHOL. 3.

Si Potentia Lineam ſuam directionis ita mutet, ut ſemper Vecti perpendicularis ſit; ad eam cum Pondere ab eâ ſuſpenſo, comparandam, ducenda eſt, à Centro gravitatis Ponderis ſive erectum ſive demiſſum ſit Linea, Vecti Horizontali perpendicularis.

laris. Parſque hujus Vectis inter perpendicularem & Punctum fixum comprehenſa, pro diſtantiâ Ponderis accipienda eſt. Ve. gr.

Eſto Vectis Horizontalis A B cujus Punctum fixum ſit C: & ſupra extremum A firmiter adligetur Corpus grave cujus Centrum gravitatis ſit D. Recta I L Vectim demiſſum, & recta H G Vectim erectum repreſentet, ſitque Linea directionis Potentiæ in L aut in G, perpendicularis vecti. Jam ut Potentia cum Pondere conferatur, ducendum eſt à centro gravitatis D Ponderis demiſſi, rectam D M, vecti Horizontali perpendicularem, & C M pro diſtantiâ Ponderis accipienda eſt. Pondere autem erecto Linea D N ſupra vectim Horizontalem perpendiculariter ducenda, & N C pro diſtantia Ponderis habenda eſt: Tunc enim Potentia Pondus demiſſum ſuſtinens, erit ad idem Pondus ut M C ad L C; at cùm Pondus erectum eſt, Potentia illud ſuſpendens erit ad idem Pondus, ut N C ad C G. *Fig.* 41.

Vecti enim Horizontali perpendiculares nempe D M & D N, ſunt Lineæ directionis horum Ponderum, æqualiter in Punctis harum Linearum gravitantium, per 4. Axioma. Idcirco Pondere demiſſo, perinde eſt ac ſi Puncto M apponeretur, vectiſque mutaretur in vectim incurvatum M C L: Pondere autem erecto, ac ſi Puncto N appenderetur, & vectis eſſet N C G. Ideoque ex demonſtratis ſequitur, Potentiam in L eſſe ad Pondus demiſſum ut M C ad C L, & Potentiam in G eſſe ad Pondus erectum ut N C ad C G.

 PROP.

PROP. XII.

Datis Potentia & Vecte, Pondus datum movere.

DEntur Potentia decem, & Pondus millium pondo, Vectisque unius.

Quæritur punctum fixum, cui, vecte apposito, pondus datum potentia data moveri possit.

Dividatur vectis A B in puncto C, ita ut A C sit ad C B ut potentia data 10 ad pondus datum 1000. Deinde ad libitum sumatur punctum E inter A & C pro puncto fixo, sicque vecti apponatur pondus, ut ejus Centrum gravitatis perpendiculariter extremo vectis A respondeat, & Linea directionis potentiæ in B Angulum rectum cum vecte constituat. Dico potentiam datam pondus datum movere posse.

Fig. 42.

Nam per constructionem, potentia data est ad pondus datum ut A C ad C B. At ratio A C ad C B major est ratione A E ad E B, Ergò ratio potentiæ ad pondus, major est ratione distantiæ A E ad distantiam E B, & consequenter, potentia data major est aliâ quæ eandem rationem haberet ad pondus quàm A E ad E B. Sed per Propositionem præcedentem, hæc potentia apposita in B perpendiculariter, pondus in A gravitans sustinere posset. Ergo per 6. Axioma. Potentia data, quæ major est illud movere poterit. Invenimus igitur punctum fixum, cui, vecte dato apposito, potentia data pondus datum movere potest. Quod erat faciendum.

SCHOLIUM.

Quandò pondus comparatè ad potentiam maximum est, nisi vectis permagnæ sit Longitudinis necessariò accidit punctum, per præcedentem repertum,

ita

ita proximum fieri vectis extremo, ut ferè cum illo coincidat. Quocirca licet ea quæ modò diximus, verissima sint, semper tamen ad usum converti nequeunt. Itaque, cum Archimedes ignorare non posset multò difficilius esse totum Terræ Corpus movere, quam partem illius unam quantumvis respectu nostri magnam, vix credi potest eum unius vectis ope Problema, quo statuebat se totam Terram moturum, modò daretur illi Punctum fixum unicum, solvere voluisse; sed credibilius est Machinam aliam nobis ignotam, ad sui moliminis executionem, in animo habuisse.

PROP. XIII.

Si Potentia Pondus ope Vectis moveat, ratio spatii, quod percurrit Pondus, erit ad spatium quod Potentia percurrit, ratione Potentiæ ad Pondus minor.

ESTO Vectis AB cujus punctum fixum sit C; & extremo A, pondus apponatur, aliique extremo B, potentia applicetur quæ *Fig.* 43. illud moveat, Vectimque è sede sua dimoveat in ED, & ita pondus percurrat spatium AE, & potentiam spatium BD. Dico, rationem spatii AE ad spatium BD, minorem esse ratione potentiæ ad pondus.

Nam, potentia quæ pondus movet necessariò paulò major est aliâ, quæ, extremo B appositâ, illud tantum suspendere posset. Igitur prior potentia majorem habet rationem ad pondus quam alterâ. Atqui ratio hujus potentiæ ad pondus est ut AC ad CB. Ergò, potentia quæ pondus movet majorem habet rationem ad idem pondus, quàm AC ad CB. Jam autem, quoniam Anguli ACE, BCD ad verticem oppositi æquales sunt, sequitur sectores ACE & BCD similes esse. Ideoque ut AC est

ad C B, ita Arcus A E ad Arcum B D, ac per consequens Potentia quæ Pondus movet, majorem habet rationem ad Pondus, quàm A E ad B D, vel quod idem est, ratio spatii A E quod percurrit pondus, ad spatium B D quod Potentia percurrit, minor est ratione Potentiæ ad pondus. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIUM.

Inde sequitur Potentiam Vecte moventem pondus, quod absque illius ope tollere non posset, majus etiam spatium, servatâ proportione, percurrere; ut, si Potentia decem pondo Pondus centum moveat, decuplum percurret spatium; quia pondus Potentiâ decuplum est. Unde patet, quòd si æquali velocitate moveatur Potentia, decuplum quoque tempus adhibebit; quæ fortè persuadere possent Vectim nullius esse utilitatis, & æquè præstare pondus in partes æquales Potentiæ dividere, quas omnes alternatim ferret Potentia; vel operam dare ut pluribus Potentiis simul & una vice moveretur pondus. Sed præterquam dantur pondera quæ dividi non possunt, & alia quibus plures Potentiæ apponi nequeunt, quibus accedit ut unica tantùm Potentiâ uti sæpè cogamur, saltem hoc habemus commodi utendo Vecte ad pondus unâ vice movendum, nimirùm quòd coacti non simus sæpissime retro eundo tempus terere; ut fit cùm pondus in plures partes, quæ alternatim movendæ sunt, dividitur.

PROP.

PROP. XIV.

Datis Magnitudine & situ Trabis, viribusque Potentiarum quæ illam sustinent, cum locis harum Potentiarum diversisque earum appositionibus; invenietur Pondus quod quælibet Potentia sustinet, & consequenter tota & absoluta Trabis gravitas.

ESTO ABCD Trabs sive solidum rectangulum homogeneum & æqualis crassitiei, cujus datur longitudo AB vel DC, crassities AD aut BC, & situs, hoc est, Angulus quem facit Longitudo cum rectâ Horizontali EB, in quâ puncto B nititur. Puncto D apponantur duæ Potentiæ datæ, quarum Lineæ directionis DF, DG, faciant Angulos datos cum Longitudine Trabis DC. Centro Magnitudinis & gravitatis simul apponatur altera Potentia data, cujus Linea directionis HI perpendicularis sit Horizonti. Tandem puncto L Longitudinem bisecanti, apponatur Potentia data, cujus Linea directionis ML faciat cum Longitudine Angulum datum MLC. Dico, gravitatem partis Trabis, quam quælibet Potentia suspendit, & consequenter totam Trabis gravitatem inveniri posse. *Fig.* 44.

A Puncto B ad Puncta D & L, ducantur Lineæ BD, BL quarum prior transibit per Centrum gravitatis H, & ab ipso bifariàm secta erit. Producatur IH donec occurrat Horizontali Puncto P: Et à Puncto B ducantur Lineæ BN, BO, perpendiculares DG & LM. Tandem auferatur tota Trabis gravitas, & transferatur ad Centrum H. Tunc Trabs à Vecte secundæ speciei, cujus Punctum fixum est B, diversa non erit. Linea BP, distantia erit perpendicularis tùm totius gravitatis Trabis, tùm Potentiæ, cujus HI est Linea directionis: BA

erit distantia perpendicularis Potentiæ, cujus Linea directionis est DF: BN erit distantia perpendicularis Potentiæ cujus Linea directionis est DG: Denique BO erit distantia perpendicularis Potentiæ cujus Linea directionis est LM.

In Triangulo ABD, datis duobus rectis BA & AD cum Angulo recto BAD, invenietur Angulus ABD, & recta BD, cujus dimidia est BH. Angulus quoque HBP facilè dignoscitur, quia duobus datis Angulis componitur. Rursùs, in Triangulo BCL dantur latera BC, CL, & Angulus rectus BCL; reperietur igitur tùm recta BL tùm Angulus BLC. Præterea quoniam in Triangulo HBP, dantur recta HB, Angulus HBP, cum Angulo recto HPB, invenietur recta PB. Item, in Triangulo BDN, datis rectâ BD, Angulo recto BND, & Angulo BDN, qui duobus datis Angulis NDC, & CDB aut æquali DBA componitur, reperietur recta BN. Tandem, quia in Triangulo BLO, dantur recta BL & Angulus rectus BOL, cum Angulo OLB, qui duobus Angulis datis OLC & CLB constat, recta BO invenietur.

Jam autem. Quoniam per 10. Prop. Potentia, cujus Linea directionis est ADF, est ad partem ponderis quod sustinet, sicut distantia ponderis ad distantiam potentiæ, hoc est, ut BP ad BA, & quoniam horum quatuor quæ inter se proportionalia sunt, tria cognoscuntur, nimirum Magnitudo potentiæ, distantia BP, & distantia BA, sequitur quartum nempe partem ponderis Trabis, quam potentia suspendit, etiam cognosci. Quod primum est ex iis quæ demonstranda erant.

Rursùs, quia potentia cujus DG est Linea directionis, eandem habet rationem ad partem ponderis quod sustinet, quàm BP ad BN, & quoniam horum quatuor proportionalium tria dantur, invenietur quoque pars gravitatis Trabis, quam potentia

suspendit.

ſuſpendit. Quod alterum eſt ex iis quæ demonſtranda erant.

Iterum, quoniam Potentia, cujus L M Linea directionis eſt, eandem habet rationem ad partem ponderis quod ſuſtinet, quàm B P ad B O, & quoniam horum quatuor proportionalium tria dantur, reperietur quartum, videlicet pars gravitatis Trabis quam Potentia ſuſpendit. Quod tertium eſt ex iis quæ demonſtranda erant.

Quoad partem gravitatis Trabis quam ſuſtinet Potentia cujus H I eſt Linea directionis, manifeſtum eſt per 7. Def. eam Potentiæ æqualem eſſe, & conſequenter notam: Quod quartum eſt ex iis quæ demonſtranda erant.

Denique cùm tota Trabis gravitas æqualis ſit ponderibus omnium ſuarum partium quæ nunc cognoſcuntur, ſequitur totam gravitatem Trabis inveniri poſſe: Quod ultimum eſt ex iis quæ demonſtranda erant.

PROP. XV.

In uſu Rechamorum quælibet trochlea ſuperior, Vecti primæ ſpeciei, & quælibet inferior vecti ſecundæ ſpeciei, æquivalet.

SINT ABC, EFG, & HIL tres Trochleæ in ſuis balteis defixæ, ope Axium ſuorum per Centra tranſeuntium Trochleæ ſuperiores Balteis unco B diſtentis, circa ſua Centra moveantur; ſed inferior HIL, præter motum ſuum circa Centrum cum aliis, etiam ope funis IGFEHLCBAP, ita conjungatur ut aſcendere deſcendereque poſſit, prout funis extremum P, adducetur aut remittetur, ita ut hæc Machina uſui eſſe poſſit ad movendum pondus Q, unco O diſtentum. Dico quamlibet Trochleam ſuperiorem *Fig.* 45.

ABC

ABC vel EFG Vecti primæ ſpeciei,& inferiorem HIL vecti ſecundæ ſpeciei æquivalere.

Per Centra D, M, & N, ducantur Lineæ ADC, EMG, HNL utrinque ad puncta Circumferentiarum Trochlearum, quæ funes ab initio tangunt, terminatæ, ideoque funibus perpendiculares. Deinde notandum eſt omnes haſce funes eundem effectum producere, ſi ab omnibus Trochleis ſupereſſent tantùm Lineæ ADC, EMG, & HNL, quarum extremis, funes alligati eſſent. Quandoquidem enim in Linea ADC, datur punctum fixum nempe D, quod eſt inter extremum A, cui Potentia apponitur, & alterum extremum C, cui, pars funis, CL, (quæ pro pondere haberi debet, quia à pondere Q deorſum trahitur) appoſita eſt; item quoniam in Lineâ EMG datur etiam punctum fixum, videlicet M, quod eſt inter extremum E, cui apponitur pars funis EH, quæ pro Potentia habenda eſt, quia è ſurſùm deorsùm movere nititur, & alterum extremum G, cui, eſt appoſita funîs pars GI, quæ pro pondere æſtimari debet, cum pondus Q etiam deorſum illam trahat: Exinde liquet vecti primæ ſpeciei ſuperiores æquipollere Trochleas; Quod primo loco demonſtrandum erat.

Jam ſi ab inferiori Trochleâ nihil præter rectam HNL reliqui eſſet, effectus Machinæ nequaquam mutaretur, dummodò punctis H, N, & L, apponerentur funes & pondera: atqui in hoc caſu, extremitas L, quæ ad aſcenſum determinatur, pro Potentiâ haberi debet, & punctum H, in quod cadit perpendicularis LN pro puncto fixo, & pondus Q reipsâ gravitat in punctum N. Ergo recta HNL vectis eſt ſecundæ ſpeciei: Unde ſequitur Trochleam inferiorem vecti ſecundæ ſpeciei æquipollere; Quod præterea demonſtrandum erat.

SHOL.

SCHOL. 1.

Quoniam in superioribus Trochleis puncta fixa vectes bifariàm secant, ideoque distantia ponderis æqualis est distantiæ Potentiæ; necessariò sequitur, per 10 Prop. quod si Potentia pondus, ope Trochleæ ex superiorum genere, suspendat, Potentiam æquari ponderi suspenso. Ve.gr. Esto Trochlea ABC, cujus Balteum unco B adstrictum sit, & Potentia extremo E funis EABCF apposita pondus G alii extremo F appensum suspendat. Quia distantia ponderis CD æquatur distantiæ Potentiæ AD, sequitur quoque Potentiam ponderi æqualem esse. *Fig.* 46.

SCHOL. 2.

Rursùm esto ABCD Trochlea ex inferiorum genere, in Balteo suo inclusa, mobilisque circa Centrum suum E, à quo pendet & in quod gravitat pondus F, suspensum à Potentiâ, appositâ puncto G hoc est extremo funis GDCBH, cujus alterum H immoto cuipiam loco alligatum est. Quandoquidem distantia ponderis EB dimidium est distantiæ Potentiæ DB, sequitur quoque Potentiam ponderis dimidium esse. *Fig.* 47.

PROP. XVI.

Quando Potentia pluribus Trochleis pondus suspendit, funes omnes æqualiter tenduntur.

PRæcedentis propositionis iterum assumatur Schema, & Potentia in P pondus Q suspendat. Dico funes AP, EH, GI, & CL, æqualiter tensos esse. *Fig.* 45.

Si

Si enim alteruter funium AP & CL, qui ambo extremis vectis AC (cujus punctum fixum æqualiter distat ab extremis A & C) apponuntur, alter altero magis contenderetur; majori quoque vi extremum vectis, cui apponitur, traheret, adeo ut Trochlea ABC, consequenterque omnes aliæ versari cogerentur, ideoque etiam pondus Q, moveretur; quod est contra Hypothesin. Ergò funis AP altero CL non magis contenditur.

Deinde si alteruter funium CL & EH, qui ambo apponuntur extremis Vectis HL, cujus ope suspendunt pondus puncto N, ab extremis H & L, æqualiter remoto, appensum, alter altero magis tenderetur, majorem vim trahendi extremum Vectis cui apponitur haberet, undè illum moveret, & consequenter Trochleam HIL, & pondus Q eodem tempore, quod est contra Hypothesin. Ideoque funes CL, & EH æpualiter tenduntur.

Denique, si alteruter funium EH & GI, qui ambo extremis Vectis FG, cujus punctum fixum æqualiter distat ab extremis F & G, apponuntur, alter altero magis contenderetur, majori quoque vi, extremum Vectis, cui apponitur traheret; adeò ut illum Trochleam & pondus Q moveret; quod est contra Hypothesin. Ideoque funes EH, & GI æqualiter tenduntur.

Itaque, quando potentia pondus ope plurium Trochlearum suspendit, omnes funes æqualiter tenduntur; Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Exindè manifestò liquet funes omnes Trochleis inferioribus appositos, sicut EH, GI, CL, partes æquales ponderis suspendere.

PROP.

PROP. XVII.

Si Potentia pluribus Trochleis pondus ſuſpendat, eandem rationem ad pondus habebit quam unitas ad numerum funium Trochleis inferioribus appoſitorum.

HYpotheſis iterum præcedentis Propoſitionis aſſumatur, potentiaque in P, pondus ſuſpendat ope Trochlearum A B C, E F G H I L. Dico potentiam in P, eſſe ad pondus Q, ut unitas ad numerum funium Trochleæ inferiori appoſitorum. Itaque cùm in hac figurâ vel Machinâ, tres apponantur funes infimæ Trochleæ, & cum unitas ſit trium tertia pars, ſequitur potentiam in P, eſſe quoque tertiam partem ponderis Q. *Fig.* 45.

Nam per Corollarium præcedentis Propoſitionis, funes Trochleis inferioribus appoſiti partes æquales ponderis Q ſuſpendunt: Unde ſequitur funem C L, præciſè tertiam partem ejuſdem Ponderis ſuſtinere, & extremum C Vectis A C trahere, vi tertiæ partis ponderis Q æquali. Atqui per 1. Schol. 15. Prop. Potentia in P, quæ apponitur extremo A vectis A C, æquatur ponderi quod alterum extremum C ejuſdem vectis trahit. Ergò potentia in P eſt tertia pars ponderis ſuſpenſi: Quod erat demonſtrandum.

COROL. 1.

Indè patet, quod ſi detur numerus funium, appoſitorum inferioribus Machinæ Trochleis, cujus ope potentia pondus datum ſuſtineat, eandem potentiam facilè inveniri poſſe; ſiquidem ipſa erit ad pondus, ut unitas ad numerum datum funium.

COROL.

COROL. 2.

Inde etiam ſequitur punctum immotum, cui uncus B adſtrictus eſt, tùm gravitatem ponderis Q, tùm quantitatem potentiæ illud ſuſpendentis ſuſtinere: hæc enim potentia, in funem tantùm gravitat quantùm gravitaret pondus illi æquale.

SCHOLIUM.

Interea tamen aliquid amplius in uſu conſiderandum venit: Nam quia Trochleæ & funes, quibus utimur, graves ſunt, & pars potentiæ ad eos ſuſpendendos adhibetur, ſequitur quantitatem potentiæ exactè determinari non poſſe, niſi pondus ponatur majus quam reipsâ eſt, quantitate nimirum gravitatis Trochlearum inferiorum, Balteorumque ſuorum, imò etiam gravitate totius funis, præter tamen gravitatem partium, quæ Trochleas ſuperiores tangunt, duplumque partis ultimæ funis quæ à Trochleâ ſuperiori pendet, cuique potentia appoſita eſt.

Itaque, ſi animo fingamus figuram hîc appoſitam, Trochleas, Baltea, funeſque materiales & graves repræſentari, computus fieri debet ac ſi pondus Q, reipsâ gravius eſſet, quantitate videl. gravitatis Trochleæ inferioris, Balteique ſui, & quantitate gravitatis totius funis, præter tamen gravitatem partium ABC, EFG, quæ Trochleas ſuperiores tangunt, & quæ ab illis ſuſtinentur, nec non partem AP & CR æqualem, quæ conſiderandæ ſunt ac ſi nullam gravitatem haberent, quia in æquilibrio ſunt mutuoque ſuſpenduntur, deſcenſumque ſuum invicem impediunt.

Fig. 45.

Prætereà, quoniam funes nunquam omnino flexibiles ſed ſemper aliquantulum rigidi ſunt, hæc rigiditas quæ Machinæ motui obſtat nonnullâ etiam

conſide-

consideratione digna est; non secus ac Axium, Cardinumque Trochlearum affrictûs: Ita ut potentia augeri debeat quantitate virium, quæ illi ad hæc obstacula removenda necessariæ sunt.

Jam autem, ad determinandam quantitatem quâ punctum immotum oneratur, nulla ratio habenda est ad rigiditatem funium aut attritum Axium & Cardinum, hæc enim ponderosa non sunt; sed animadverti debent pondus aut vis potentiæ appositæ in P, gravitas ponderis Q, funis, Trochlearumque tùm superiorum tùm inferiorum; cùm certum sit, hæc omnia punctum immotum onerari.

PROP. XVIII.

Si potentia pluribus Trochleis pondus moveat, majorem habebit rationem ad pondus, quam spatium quod percurrit pondus ad spatium à potentiâ percursum; sive, quam unitas ad numerum funium Trochleis infimis appositorum.

PRæcedentium Propositionum denuò sumatur Hypothesis, potentiaque apposita in P, funem trahens versùs S, pondus Q moveat ab O versùs G, hoc est ab infero in altum. Dico majorem esse rationem potentiæ ad pondus, quàm spatii à pondere percursi, ad spatium à potentiâ percursum. *Fig.* 44.

Nam, ut pondus certâ quantitate moveatur, necesse est quamlibet funium Trochleis inferioribus appositorum, pari quantitate contrahi; consequenterque funes omnes simul se se cotrahere certa quadam alia quantitate, ad quam prior eandem rationem habeat, ac unitas ad numerum funium Trochleis inferioribus appositorum. Quod cùm sit impossibile nisi potentia, in extremo funis P posita, totidem funis à sua parte trahat, ideoque nisi spatium æquale

Longitu-

Longitudini funis quam trahit, percurrat: manifestum est ſpatium à pondere percurſum eſſe ad ſpatium à potentiâ percurſum, ut unitas ad numerum funium Trochleis inferioribus appoſitorum; ſed per præc. Prop. potentia puncto P appoſita pondus Q ſolummodò ſuſpendens, ad idem pondus eandem haberet rationem. Ergò, cùm potentia quæ pondus movet, eâ quæ illud tantùm ſuſpendit paulò major eſſe debeat, majorem quoque habebit rationem ad idem pondus, quam potentia, à quâ ſolummodo ſuſpenditur. Ideoque potentia, quæ, appoſitâ in P, pondus Q movet, majorem habet rationem ad idem pondus, quàm ſpatium quod pondus percurrit ad ſpatium quod percurrit potentia, quæ illud movet: Quod erat demonſtrandum.

SCHOL. I.

Ut accuratus fiat computus quantitatis potentiæ in uſu Trochlearum, neceſſarium eſt potentiam poſſe ſuſpendere, & in altum ferre gravitatem ponderis, Trochlearum inferiorum Balteorumque ſuorum, & partium funis quæ ſuprà notantur, nec non vincere poſſe obſtaculum, quod rigiditas Funis & affrictus Axium & Cardinum motui afferunt. Nam utique conſtat hæc omnia vim potentiæ inter ſe partiri, & cuilibet eorum partem potentiæ aſſignari.

SCHOL. 2.

Quandoquidem impedimentum quod Funium regiditas, & attritus axium & Cardinum motui afferunt, partim ab eorum magnitudine augetur; perſpicuum eſt etiam, partim minui poſſe, ſi funes, Axes & Cardines admodum exiles fiant, ſuſtineanturque

Balteis

Balteis tenuissimis, quantùm tamen materia & opus perferre poterunt. Et quoniam funis faciliùs majorem curvitatem quam minorem patitur, operæpretium erit trochleas non admodum exiguas conficere.

At circa trochleas præcipuè animadvertendum est eas melioris esse notæ quæ respectu Axium stabiles sunt, & quæ cum illis gyrant in Balteis, quam quæ circa Axes versantur, dum Axes in Balteis immobiles sunt. Nam præterquam quòd hoc pacto affrictus major vitatur, alii etiam incommodo, quod Trochleis circum Axes volventibus tandem accidit, occurritur, nempe foraminum incremento, quod impedit quominùs Trochleæ circa Centra ad Pondus movendum volvantur, quin eadem ratione Punctum fixum propius sit loco cui apponitur Potentia, quam eo cui Pondus appositum est: quæ omnia vim Potentiæ minuunt & Ponderis gravitatem augent.

SCHOL. 3.

In figura præcedenti facilè percipitur quod si Potentia ex loco P ubi sursùm deorsum versus agit, auferatur, ut constituatur puncto R, ubi deorsum sursùm versus agat, etiamnum sufficiet ad idem pondus suspendendum. Unde sequitur partem funis PABCR Trochleamque ABC, nullius fore utilitatis, nisi eorum ope difficultas funem trahendi, si Potentia puncto R apposita esset, vitaretur. *Fig.* 45.

Præterea notatu dignum est, quòd si Potentia esset in R, onus puncti fixi Machinæ levius esset quantitate ejusdem Potentiæ; nam certum est tantâ quantitate exonerari, cùm apponitur in R, quantâ oneratur cùm in P constituitur.

SCHOL. 4.

Hîc etiam notandum eſt quòd, ſi quis hærens in Terra, vices Potentiæ in P appoſitæ ageret, ejus contentio quantumvis magna ad ſummum potentiam tantùm æquaret. At ſi puncto R conſtitueretur, & pondus ſursùm tollere niteretur, ejus conatus gravitatem eandem ſuperare poſſet, ac per conſequens majora pondera movere.

SCHOL. 5.

Etſi Trochleis ad pondera attollenda præcipuè utimur, adhiberi tamen poſſunt ut corpora, quæ alioquin moveri non poſſent, horizontaliter ſive alio quocunque modo moveantur. Tunc autem ratio potentiæ eſt ad pondus, uti ſuprà dictum fuit. Sed hîc notandum eſt, quòd ſi potentia liberè moveri queat versùs locum quò corpus propellere intendimus, puncto R potius quàm puncto P apponi debet: tantùm enim abeſt ut Trochlea ABC cujuſdam ſit uſus, ut potius noceat, nam 1° funem complicat quod minimè neceſſe eſt. 2. Attritus Axis & Cardinum ejus vim potentiæ aliquatenùs minuit.

SCHOL. 6.

Quocunquemodo Trochleis utamur, ſive ad corpora deorsùm ſursùm verſus modumve in alium movenda; notandum eſt cùm eas tùm potentiam variis modis diſponi poſſe.

Fig. 48.

Ex. Ca. ita adaptari poſſunt Trochleæ, ut prior ABCD, pondus E, Balteo ſuo inuncatum ferat, ipſaque feratur fune, cujus extremum F alligatum ſit clavo cuipiam immoto, alterum verò extremum Balteo ſecundæ Trochleæ GHIL. Præterea, hæc poſterior

posterior Trochlea sustineri potest fune, cujus extremum M, clavo immoto adstrictum sit, & alterum N, Balteo tertiæ Trochleæ NOPQ, quæ etiam suspendatur fune, cujus extremum R clavo immoto alligatum sit,& alterum S potentiâ deorsum sursùm versùs agente sustineatur. Sed ibi nulla est difficultas; clarè enim patet, superioribus demonstratis quod si gravitates ponderis E, Baltei primæ Trochleæ ABCD, & funis sui FBCDG, in unum colligantur; dimidium summæ Uncus G secundæ Trochleæ suspendet. Item, si gravitas oneris Unci G, gravitas Trochleæ GHIL, & gravitas funis sui MLGHN, in unum addantur; dimidium summæ sustinebit Uncus N Trochleæ NOPQ. Denique si gravitas oneris Unci N, Trochleæ NOPQ, & funis sui RQNOS, in unum colligantur; dimidium summæ suspendet potentia in S apposita, ideoque huic dimidio æqualis erit.

Ut autem, Trochleis ita dispositis, potentia in S, certâ quantitate pondus E tollere possit, Uncus G, cui funis primæ Trochleæ alligatur, & consequenter Trochlea GHIL, duplo moveri debet; quod fieri nequit, nisi Uncus N & Trochlea NOPQ, duplo dupli, hoc est quadruplo moveantur; quod etiam impossibile est, nisi potentia in S apposita, duplo quadrupli, hoc est octuplo motûs ponderis E, moveatur.

SCHOL. 7.

In dispositione Trochlearum communi, prout hîc iterum apponitur, Pondus ut antea, Unco O distineri supponi potest, & extremum funis P puncto immoto, adstringi, potentiamque in B appositam, pondus suspendere, quo in casu punctum fixum P æquipollet potentiæ, de quâ *Fig.* 45.

 suprà

ſuprà. His igitur ita poſitis facile videre eſt potentiam in B eadem quantitate onerari, quâ Uncum B oneratum eſſe antea diximus: adeò ut potentia tunc æqualis ſit ponderi, & inſuper quantitati quæ ſit ad idem pondus, ut unitas ad numerum funium Trochleis inferioribus appoſitorum.

Jam autem ſi potentia ſic appoſita, deorſum ſurſùm verſus traheret ponduſque tolleret, ſpatium à pondere percurſum æquaretur ſpatio à Potentia percurſo, nec non quantitati in eâ ratione ad hoc ſpatium quâ unitas eſt ad numerum funium Trochleis inferioribus appoſitorum. Quamvis enim funes omnes non contraherentur, dubitari nequit quin totâ Machinâ movente, Uncus O, cui Pondus apponitur, æquè ac Potentia quæ verſus B conſtituta eſt, tolleretur. Sed quoniam Machina evehi nequit, quin pars funis AP, porrigatur eâ quantitate, quâ ſuperiores Trochleæ extolluntur; ſequitur funes omnes, Trochleæ inferiori appoſitas, eâdem quantitate ſimul ſe ſe contrahere. Ideoque quamlibet earum breviorem fieri quantitate proportionali ad eandem quantitatem, ut unitas ad numerum horum Funium; Unde ſequitur tali quantitate Pondus aſcenſum iri.

SCHOL. 8.

In eadem diſpoſitione Trochlearum, Puncto fixo manente in B, Pondus ab extremo Funis P pendere fingi poteſt, & Potentiam conſtitui in O, ubi deorſum ſurſum verſus trahat. Et in hoc caſu, ea de pondere dicenda ſunt, quæ de Potentia dicta fuere, & vice verſâ quæ ponderi tribuebantur Potentiæ adſcribi debent.

SCHOL. 9.

Nulla major erit difficultas, si Punctum fixum in O, pondus in P, & Potentia in B constituantur; siquidem ea tantum ponderi tribui debent, quæ Potentiæ tribuebantur, & ea de puncto fixo cogitanda sunt quæ de pondere cogitabantur, tandem Potentia in B considerari debet prout punctum fixum supra considerabatur.

PROP. XIX.

Si Potentia apposita Circumferentiæ rotæ circa Centrum unà cum Axe mobilis, cujus Linea directionis sit ejusdem circumferentiæ Tangens, pondus funi Axi circumvoluto appensum suspendat, ratio Potentiæ ad pondus erit eadem ac Radii Axis ad Radium rotæ.

ROTA ABCD firmiter adstringatur Axi EGH, cum quo versatilis sit circa centrum E: puncto A circumferentiæ rotæ apponatur Potentia, cujus Linea directionis sit ejusdem circumferentiæ Tangens; quæque suspendat, sive impellendo sive deprimere nitendo, pondus I, ab extremo funis pendens, cujus alterum circumferentiæ Axis optimè revinctum sit: dico eandem esse rationem Potentiæ in A ad pondus I, quàm Radii Axis EH ad Radium rotæ AE. *Fig.* 49.

Nam si auferantur partes Machinæ inutiles, manifestum erit nihil superesse præter Lineam AEH, quæ Vectis est primæ speciei, in quo punctum fixum est E, distantia potentiæ AE, distantiaque ponderis EH, Ergò per 10. Prop. eadem est ratio Potentiæ in A ad pondus I ac EH ad AE; Quod erat demonstrandum.

SCHOL I.

Hinc facile patet, Potentiam in L aut cuilibet alii rotæ circonferentiæ loco positam, eundem effectum producturam, ac si puncto A apponeretur, modò Linea directionis circumferentiam eandem tangat; siquidem quocunque positam esse volueris, semper inutilia demendo superest Vectis LEH, cujus punctum fixum E, distantia Potentiæ, Radius rotæ æqualis AE, & distantia Ponderis EH semper erit.

SCHOL. 2.

Aliter res se haberet, si Linea directionis Potentiæ diversa esset à Tangente circumferentiæ rotæ. Nam, in hoc casu, abscissis partibus superfluis perpendicularis distantia Ponderis utiquè semper erit Radius Axis, sed distantia perpendicularis Potentiæ non erit amplius rotæ Radius, in cujus locum accipi debet recta, à centro rotæ ad Lineam directionis Potentiæ, perpendiculariter ducta. Unde sequitur Potentiam esse ad Pondus, ut Radius Axis ad hanc perpendicularem. Ve. gr. Si LM esset Linea directionis Potentiæ, Puncto L appositæ, distantia perpendicularis hujus Potentiæ esset recta EM, quæ à centro rotæ E perpendiculariter cadit in Lineam directionis LM: ideoque Potentia foret ad Pondus, ut EH ad EM.

SCHOL. 3.

Si rota & Axis convertantur in usum, nulla est consideranda partium gravitas in Machinâ saltem accuratè constructâ, cùm perspicuum sit partes, unius lateris ab alterius æquiponderari.

SCHOL.

SCHOL. 4.

Attritum Cardinum motui moram ac impedimentum afferre pro comperto habetur, hoc igitur animadverti poteſt; neque prætereunda eſt funium gravitas, ſiquidem cùm Pondus quaſi ſuſpenſum ſit Lineâ, per medium funis tranſeunte, ut illius vera diſtantia dignoſcatur dimidium diametri funîs, Radio Axis adjiciendum eſt. Ideoque diſtantia Ponderis, augetur ſecundum craſſitiem funis, unde fit ut majori vi Pondus trahat & conſequenter iiſdem paribus, opus ſit Potentiâ ad illud ſuſpendendum fortiori.

SCHOL. 5.

Jam, perſpicuum eſt diſtantiam Potentiæ appoſitæ Funi rotam circumvolventi, ex dimidio Radii rotæ dimidioque craſſitiei Funis, compoſitam eſſe. Unde ſequitur diſtantiam Potentiæ tantò majorem eſſe (rotâ eadem manente) quantò funis craſſior eſt, ſeu (fune eodem poſito) quantò rotâ minor evadit.

PROP. XX.

Si Potentia, apposita circumferentiæ Rotæ cum Axe suo, circa Centrum mobilis, cujus Linea directionis Circumferentiam tangit, pondus suspendat appensum extremo funis cingentis Circumferentiam Axis alterius Rotæ, quæ pariter cum Axe suo mobilis sit, quæque occurrat dentibus alterius Rotulæ, Axi Rotæ prioris affixæ: Ratio potentiæ ad pondus composita erit rationibus Radii Axis ad Radium Rotæ, & Radii Rotulæ alterius Rotæ ad Radium suum.

ROTA ABC, cum Axe suo, cui inhæret Rotula DEF, mobilis sit circa Centrum suum G: Rotulæque dens ut D occurrat dentibus alterius rotæ HIK, quæ cum Axe suo LMN circa Centrum suum O, pariter moveri possit. *Fig.* 50. Funis NMLQ ab uno extremo circumferentiæ Axis firmiter revinctus sit, & ab altero, suspendat Pondus Q, cogens Rotam HIK versari secundùm literarum ordinem IHK, & consequenter alteram Rotam ABC secundùm litterarum ordinem ACB: tandem, Puncto A vel cuicunque alii circumferentiæ Rotæ ABC, apponatur Potentia, cujus Linea directionis sit Tangens AP, quæ suspendat Pondus Q, ac illius decensum impediat. Dico, Rationem Potentiæ in A ad Pondus Q compositam esse ratione Radii Axis OL, ad Radium Rotæ OH, & ratione Radii Rotulæ GD ad Radium Rotæ GA. Hoc est, si Radius Axis, sit quadrans Radii suæ Rotæ, & Radius Rotulæ sexta pars Radii suæ Rotæ, Potentia erit quadrans sextantis, aut vigesima quarta pars Ponderis.

Nam, si Potentia apposita Puncto H circumferentiæ Rotæ HIK, & impellens versus C, suspenderet

deret Pondus Q, per præcedentem eandem rationem haberet ad Pondus iſtud ac Radius Axis OL, ad Radium OH Rotæ HIK: Unde ſequitur Pondus Q cogere Circumferentiam Rotæ HIK, nec non Rotulæ DEF eadem vi moveri ac iſta circumferentia moveretur, ſi Pondus in ea ratione eſſet ad Pondus Q, quâ OL eſt ad OH, hoc eſt quantitate quartæ partis hujus Ponderis in ipſam ageret. Atqui ſi Potentia appoſita Puncto A Rotæ ABC & impellens verſus B, hanc quartam Ponderis partem ſuſpenderet, eandem rationem ad illam haberet ac Radius Rotulæ GD habet ad Radium Rotæ GA, hoc eſt, ut 1. ad 6. Ergo hæc Potentia foret ad Pondus Q, in ratione compoſitâ rationis GD ad GA, & OL ad OH, hoc eſt, ſecundùm Hypotheſin, quadrans ſextæ partis Ponderis, vel quod idem eſt, vigeſima quarta pars; quod erat demonſtrandum.

SCHOL. 1.

Jam autem, exindè patet quod, ſi ad ſuſtinendum Pondus Q, Potentia apponeretur circumferentiæ tertiæ Rotæ, cujus Rotula modioli occurreret dentibus Rotæ ABC, hæc eadem Potentia eſſet ad Pondus Q, in ratione compoſitâ rationis ſemidiametri Rotulæ tertiæ Rotæ, ad Radium iſtius Rotæ, nec non rationum GD ad GA, & OL ad OH. Itaque ſi Radius Rotulæ tertiæ Rotæ eſſet decima pars hujuſce Rotæ, Potentia eſſet decima pars ſextæ partis quadrantis, hoc eſt 240 pars Ponderis Q.

SCHOL.

SCHOL. 2.

Hinc etiam manifeſtum eſt eundem effectum ſequi, ſi, loco Potentiæ, apponeretur Circum-
Fig. 51. ferentiæ tertiæ rotæ Manubrium RSTUX, cum Rotulâ, cujus dentes occurrerent dentibus Rotæ ABC; Ideoque Potentia eſſet ad Pondus Q, in ratione compoſitâ rationis Radii Rotulæ RS, ad Longitudinem TV, & rationum GD ad GA, & OL ad OH.

SCHOL. 3.

Quoniam Potentia Pondus movens, neceſſariò major eâ eſt, quæ illud tantùm ſuſpendere poteſt; neceſſe eſt etiam majorem ad Pondus habere rationem, eâ, quæ componitur rationibus ſemidiametrûm Axium ſive Rotularum Modioli, ad Rotarum Radios.

SCHOL. 4.

Quia Pondus quod, ope plurium Rotarum, ſuſpenditur vel movetur, in haſce Rotas diverſimodè agit, ad uſum magni refert, Axem Pondus ſuſtinentem fortiorem, Rotamque illi affixam etiam validiorem eſſe aliis Axibus vel Rotis, qui tantò debiliores fieri debent quantò à Rotâ, cujus Axis Pondus immediatè fert, removentur.

PROP.

PROP. XXI.

Dato numero dentium Rotarum, & Rotularum Modioli, reperire quoties Rota, quæ velociùs fertur, verſabitur, dum ea quæ lentius movetur, ſemel tantùm circumagitur.

PRæcedens hppotheſis iterum aſſumatur, ponaturque numerum Rotarum dari. Ve. gr. Rota HIK 24. dentes habeat, *Fig.* 50. Rotula DEF ſex dentes, Rota ABC 60, & Rotula Manubrii, quæ circumferentiæ Rotæ ABC appoſita, concipi debet, ſex tantum habeat. Quæritur nunc quot gyros, Manubrium quod loco Rotæ velocius ſeſe moventis poſitum eſt, conficiet, dum Rota HIK quæ lentius movetur ſemel tantùm verſabitur.

Numerum dentium, uniuſcujuſque Rotæ ſeparatim divide per numerum dentium Rotulæ cui occurrit, & ſic habebis tot Quotientes quot Rotas. Deinde omnes hoſce Quotientes per ſe ipſos multiplica, Productumque dabit quæſitum. Ut in Exemplo allato, divide 24 qui numerus eſt dentium Rotæ HIK, per 6. qui eſt numerus dentium Rotulæ cui occurrit, & Quotiens erit 4. Item divide 60, numerum ſcilicet dentium Rotæ ABC, per 6, numerum dentium Rotulæ Manubrii, & Quotiens erit 10. Tandem hoſce duos Quotientes invicem multiplica, & Productum, habebis 40, qui numerus oſtendit quoties Manubrium verſabitur, dùm ſemel tantùm Rota HIK circumvolvitur.

Dum enim Rota HIK ſex dentibus promovetur; Rotula DEF quæ ſex dentibus conſtat, & Rota ABC, gyrum implent unum : Sed dum Rota HIK quæ 24 dentes habet ſemel circumagitur, rotula DEF & Rotaque ABC, quater circumvolvuntur: Item, dum

dum rota ABC ſex dentibus promovetur, rotula Manubrii ſex dentibus conſtans, ſimulque Manubrium tantùm ſemel gyrantur: Et quoniam Rota ABC 60 dentibus conſtat, ſequitur, ſemel circumvolutâ, Manubrium decies verſari: Ergò, cùm Rota ABC, quater circumagitur Manubrium 40 gyros implet: Atqui Rota ABC quater utique gyratur quando Rota HIK ſemel tantùm in orbem agitur, ut modò obſervatum eſt: Ideoque, dum Rota HIK unicum gyrum conficit, Manubrium 40 gyros implet: Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIUM.

Quoniam, invenimus Manubrium 40 gyros conficere dùm Rota HIK ſemel circumagitur, facilè nunc cognoſcemus quanti promoveatur Rota HIK dùm Manubrium ſemel verſatur; nam patet eam, quadrageſimam partem ſui ambitus, percurrere.

PROP. XXII.

Si Planum ad Horizontem inclinetur, quantitate Anguli acuti, qui conſtituitur Baſi & Hypothenusâ Trianguli Rectanguli, & ſi Potentia Pondus Sphæricum, ſupra Planum volvere tendens, ſuſpendat, ita ut ejus Linea directionis per Centrum Ponderis tranſeat, parallelaque ſit Horizonti; tum potentia erit ad pondus, ut perpendicularis ad Baſim Trianguli.

Fig. 52. ESTO Triangulus FGH Rectangulus in H, & Baſis GH parallela ſit Horizonti; per hypothenuſam FG tranſeat Planum ad Horizontem inclinatum, quantitate Anguli FGH, ſuſtineatque in Puncto D, Pondus Sphæricum ABCD, quod verſus G moveretur, niſi motui obſtaret Potentia, ita appoſitâ in A, ut Linea

nea ſua directionis A E C per Centrum Ponderis E tranſeat, & parallela ſit Rectæ G H, vel Horizonti. Dico, eandem eſſe rationem Potentiæ ad Pondus, ac perpendicularis F H ad Baſim G H.

Ducatur à Centro E ad Punctum contactûs D, recta E D quæ perpendicularis erit rectæ F G. Deinde ducatur recta E N Horizonti perpendicularis; quæ ſimul erit perpendicularis Baſi G H Lineaque directionis Ponderis A B C D. Tandem à Puncto contactûs ducantur rectæ D I, D L, perpendiculares Lineis E N, E C.

Quoniam Potentia quæ agit in A, ad Pondus A B C D ſuſtinendum, ab aliâ, quæ in quocunque alio Puncto Lineæ directionis, Ve. gr. in L, ageret, ad idem Pondus ſuſtinendum, diverſa non eſt; & quia non mutatur effectus Corporis gravis ABCD, totam ſuam gravitatem colligendo in Centro E, ſive in quocunque alio Puncto Lineæ ſuæ directionis, ut in I: ſequitur Potentiam in A eſſe ad Pondus A B C D, ut alia Potentia ad idem Pondus quæ, in L appoſita, totam ejus gravitatem in Puncto coadunatam ſuſtineret. At quoniam hæc altera Potentia in L, Pondus in I ſuſtinere poſſet, Vecte incurvato L D I, cujus Punctum fixum foret D; ejus diſtantia eſſet D L, & diſtantia Ponderis D I; & quia, per 10 Prop. hæc Potentia eandem rationem haberet ad Pondus ab ipsâ ita ſuſpenſum, ac D I ad D L; ſequitur, Potentiam in A eſſe ad Pondus A B C D, ut D I ad D L aut I E æqualem. Sed, cùm Triangulum D E M ſit Rectangulum & ab Angulo recto D in Baſim cadat perpendiculariter recta D I, Triangulum D I E ſic aſſimilatur Triangulo D I M, quod cùm duos Angulos D I M & D M I, habeat æquales duobus Angulis G N M, & G M N, Trianguli G M N; ſequitur Triangulum D I M aſſimilari Triangulo G M N, & conſequenter Triangulo F G H cui Triangulus iſte ſimilis eſt.

Ideoque

Ideoque à primo ad ultimum, ſequitur Triangulum DIE ſimile eſſe Triangulo FGH; conſequenterque FH eſſe ad GH ut DI ad IE. Sed jam demonſtratum fuit Potentiam in A eſſe ad Pondus ABCD, ut DI ad IE. Ergò hæc eadem Potentia eſt ad Idem Pondus, ut FH ad GH: Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Inde patet, quod, ſi Angulus FGH ſemi-recto minor ſit, Potentia quoque minor erit Pondere; Nam tunc FH minor eſt GH. Si autem Angulus iſte FGH ſemi-rectus ſit, Potentia erit æqualis Ponderi, ſiquidem FH erit æqualis GH. Denique, ſi Angulus FGH ſemi-recto major ſit, Potentia major etiam erit Pondere, cùm in hoc caſu FH major ſit GH. Igitur, quando Linea directionis parallela eſt GH ſive Horizontali, facilius eſt Plano inclinato uti, modò Angulus ſemi-recto minor ſit, verùm ſi major ſit ſemi-recto difficilius eſt Pondus ſupra iſtud Planum ſuſtinere, quàm id hucuſque abſque ulla Machina adducere.

SCHOLIUM.

Jam ſi concipiamus, Potentiam in A non pellere Corpus ABCD verſus C,ut antea; ſed Punctum C adduci fune LOP, ſuſtinente Pondus ab extremo P liberè pendens, tranſeunteque ſupra Trochleam O, partemque CO parallelam eſſe GH, ſive Horizonti: Tunc, quoniam Pondus P æquari deberet Potentiæ in A, ut idem produceretur effectus, ſequeretur Pondus P eſſe ad Pondus ABCD, ut FH ad GH.

PROP.

PROP. XXIII.

Jam autem, ſi Potentia adeò apponatur, ut Linea directionis per Centrum ponderis tranſeat, parallelaque ſit Hypothenuſæ Trianguli Rectanguli, tunc eadem erit ratio potentiæ ad pondus, ac perpendicularis ad Hypothenuſam.

ESTO Baſis GH Trianguli Rectanguli FGH parallela Horizonti, & per Hypothenuſam FG tranſeat Planum inclinatum quantitate Anguli FGH, ponduſque Sphæricum, Planum puncto D tangens, adeo ſuſtineatur potentiâ appoſitâ in A, ut Linea ſua directionis AEC, quæ per Centrum E tranſit, parallela ſit Hypothenuſæ FC. Dico potentiam eſſe ad pondus, ut perpendicularis FH ad Hypothenuſam FG. *Fig.* 53.

A Centro E, ad punctum contactus D ducatur, recta ED perpendicularis FG. Deinde ducatur recta EN, Horizonti perpendicularis, quæ ſimul erit perpendicularis Baſi GH, & Linea directionis ponderis ABCD. Tandem, à puncto D in EN perpendiculariter cadat Linea DI.

Quoniam potentia quæ agit in A ad ſuſtinendum pondus ABCD, diverſa non eſt ab eâ, quæ, in quodvis aliud Lineæ directionis punctum ut in E ageret, ad idem pondus ſuſpendendum; & quoniam non mutatur effectus Corporis gravis ABCD, totam ſuam gravitatem in Centro E colligendo, aut in quovis alio puncto Lineæ ſuæ directionis, ut in I: Sequitur, potentiam in A eſſe ad pondus ABCD, ut altera potentia, quæ appoſita in E, totam gravitatem puncto I collectam ſuſtineret, eſt ad idem pondus. Quandoquidem autem hæc altera potentia pondus in I ſuſpendere poſſet, Vecte incurvato EDI, cujus punctum fixum eſſet D, ejus diſtantia

DE,

DE, & diſtantia ponderis DI; nec non per 10 Prop. hæc eadem potentia eandem rationem haberet ad pondus ita ſuſpenſum, quàm DI ad DE: Inde ſequitur, potentiam in A eſſe ad pondus ABCD, ut DI ad DE. Sed quoniam ab Angulo Recto Trianguli Rectanguli EDM, Linea DI perpendiculariter cadit in Baſim EM, Triangulum DIE ſimile eſt Triangulo DIM, quod cùm duos Angulos DIM, & DMI, æquales habeat duobus Angulis GNM, & GMN, Trianguli GMN: Sequitur Triangulum DIM, ſimile eſſe Triangulo GMN, & conſequenter Triangulo FGH, cui Triangulum GMN aſſimilatur. Ideoque, à primo ad ultimum, ſequitur Triangulum DIE aſſimilari Triangulo FGH, & conſequenter rectam FH eſſe ad FG, ut DI ad DE. Sed anteà demonſtratum fuit potentiam in A eſſe ad pondus ABCD, ut DI ad DE. Ergò hæc eadem potentia eſt ad idem pondus ut FH ad FG: Quod erat demonſtrandum.

COROL. 1.

Inde liquet, quod, qualiſcunque ſit Angulus FGH, potentia ſemper erit minor pondere, modò ejus Linea directionis parallela ſit Hypothenuſæ, utique enim perpendicularis FH minor eſt Hypothenuſâ FG.

COROL. 2.

Hinc etiam patet quòd ſi Corpus ABCD non concipiatur ſuſpenſum, potentiâ appoſitâ in A & impellente verſus C, ut anteà; ſed ſuſtineri & retineri ſuperficie QR, quæ illud tangit in A, gravitas relativa Corporis, quâ ſuperficies premitur, erit ad ejus gravitatem abſolutam quâ fertur ad Centrum Terræ,

Terræ, ut FH ad FG. Nam per 7 Def. perſpicuum eſt preſſionem Corporis ABCD in ſuperficiem QR, æquari potentiæ in A, ambo enim corpus hoc ſuſtinent, & illius volutationem impediunt, ideoque eandem rationem ad gravitatem abſolutam hujus Corporis habent.

SCHOL. 1.

Jam ſi potentiam in A corpus ABCD verſus C impellere, uti ſupra, non concipiamus, ſed punctum C iſtius corporis adduci fune COP, cujus extremo appenſum ſit pondus P, & funis ſupra Trochleam O tranſeuntis partem CO, parallelam fore Hypothenuſæ FG: Tunc, quoniam hoc pondus æquari deberet potentiæ in A, ut idem produceretur effectus, ſequitur pondus P fore ad pondus ABCD, ut FH ad FG.

SCHOL. 2.

Jam verò ſi funem punctum C trahere non concipiamus, uti modò ponebatur, ſed alium funem alteri extremo alligari puncto B, nempe extremitati Diametri DEB, & poſtquam tranſierit ſuprà Trochleam ſimilem Trochleæ O, quæ partem funis parallelam facit FG, pondus alteri extremo appendatur: tunc, quia pondus potentiæ, cujus diſtantia eſſet recta DB, officio fungeretur, facilè eſt concludere fore ad pondus ABCD, in ratione DI ad DB, aut FH ad duplum FG, quæ ratio, uti patet, dimidia eſt rationis DI ad DE, vel FH ad FG. Unde ſequitur quod ſi potentia in B apponatur ad ſuſtinendum pondus ABCD, dimidia eſſe debeat illius quæ in A eſſet apponenda, ut idem producatur effectus.

SCHOL. 3.

Magni intereſt ſedulò animadvertere, punctum unicum D Plani inclinati F G pondus
Fig. 54. A B C D ſuſtinere. At quoniam punctum iſtud commune eſt Plano & Sphæræ Q D R, cujus F G eſt Tangens, ſequitur quod ſi potentia appoſita puncto A, ponderis Sphærici A B C D, pondus hoc ſuſtineat, cùm fulcitur corpore Sphærico Q D R, erit eadem ratio potentiæ ad pondus A B C D, quam F H ad F G.

SCHOL. 4.

Item, ſi aliæ potentiæ quotvis corporibus ponderoſis & Sphæricis, ut ſunt S T U B, X Y Z T, quæ ſibi invicem inſiſtunt, Ve. gr. Q D R in A B C D apponerentur; eâ conditione ut Linea directionis cujuſvis potentiæ tranſiret per Centrum ponderis cui apponitur, & parallela foret F G; ſequitur eandem eſſe rationem cujuſvis potentiæ ad pondus ab eâ ſuſpenſum ac F H ad F G: Undè patet omnes potentias ſimul ſumptas eſſe ad omnia pondera ſimul ſumpta, ut F H ad F G.

SCHOL. 5.

Supponamus nunc ad latera Corporum Sphæricorum A B C D, B S T V, T X Y Z ſimilem ordinem ſimilium corporum apponi, velut ille eſt qui conſtat corporibus Sphæricis 1. 2. 3. quorum prius tangit Planum inclinatum F G, & eodem tempore ſuſtinet ſecundum, & hoc tertium. Quibus poſitis, quoniam certum eſt potentias appoſitas punctis A, S, X, priorum Globorum, uti poſſe Radiis AC, SV, & XZ, ad ſuſtinenda corpora 1, 2, 3; & quia certum

certum quoque est, tantùm vîs necesse esse ut hæc nova corpora suspendantur,ac necesse erat ut priora sustinerentur, dubitari etiam non potest, quin opus sit potentiis duplo priorum majoribus ad sustinendum eodem tempore ambas horum Corporum Sphæricorum series. Unde sequitur rationem omnium harum potentiarum ad omnia pondera simul sumpta, semper similem esse rationi FH ad FG.

SCHOL. 6.

Serium igitur numerum triplicando, quadruplicando, multiplicandove toties quoties placebit, manifestum est vires potentiarum eadem ratione multiplicandas esse; ita ut in genere dici possit, quòd si Planum inclinatum quotvis series Corporum Sphæricorum prout dictum fuit dispositorum ferat; & potentiis, ut dictum est, appositis, sustineantur; semper eadem erit ratio omnium potentiarum ad omnia pondera, ac FH ad FG.

SCHOL. 7.

Jam si non concipiamus punctum A primi corporis seriei plurium Corporum Sphæricorum prorsùs æqualium, supra Planum inclinatum insistentium, potentiâ pelli, cujus Linea directionis per Centra omnium corporum transeat, parallelaque sit Plano FG, verùm cogitemus hæc omnia corpora gravia trajici fune per eorum Centra transeunte, sustinenteque pondus R ab extremo P liberè pendens, qui funis adducatur desuper Trochleam O, cujus ope pars CO Plano inclinato parallela est: Tunc, quoniam pondus æquari debet potentiæ in A, ut eundem effectum producat, sequitur pondus hoc eandem habere rationem ad omnia corpora inter A & C comprehensa, ac FH ad FG. *Fig.* 55

SCHOL. 8.

Jam autem ſi cogitemus, vice ponderis, parti funis OP appenſi, plura apponi pondera ut P, Q, quorum quodlibet æquale ſit, cuilibet eorum ſeriem AC componentium; perſpicuum eſt, eorum gravitatem æquari debere gravitati ponderis R, quod in Schol. præc. puncto P appendi ponebatur; ut in æquilibrio ſint cum ponderibus ſeriem AC componentibus; & conſequenter gravitatem ponderum P,Q, eſſe ad gravitatem ponderum AC, ut FH ad FG. Quandoquidem enim hæc omnia pondera æqualia ſupponuntur, impoſſibile eſt gravitatem ponderum P, Q, fore ad gravitatem ponderum AC, in ratione FH ad FG, niſi Linea PQ ſit ad Lineam AC, in eadem ratione. Impoſſibile eſt igitur pondera P, Q, in æquilibrio eſſe cum ponderibus AC, quin Linea PQ & AC inter ſe ſint ut FH ad FG.

PROP. XXIV.

Si duo Plana, ad Horizontem inclinata quantitate duorum Angulorum acutorum, quos ſupra Baſim Horizonti parallelam latera Trianguli faciunt, ferant duo pondera ſphærica; quæ ambo ſe ſe mutuò ſuſpendant & in æquilibrio ſint ope funis eorum centra trajicientis, parallelaque Baſi Trianguli; hæc duo pondera erunt inter ſe ut partes Baſis ſectæ, perpendiculari ductâ ab Angulo ad Baſim oppoſito.

ESTO Triangulum ABC, cujus Baſis BC parallela ſit Horizonti; per latera AB, AC, duo Plana tranſeant, inclinata ad Horizontem quantitate Angulorum acutorum ABC, ACB; ſupra Plana inſiſtant pondera duo D & E, quæ, ſe ſe mutuo ſuſtinendo fune FG, trajiciente centra, parallelâque Baſi, ſint in æquilibrio:

Fig. 56.

tandem

tandem ducta sit ab Angulo A, opposito ad Basim BC, Linea AH perpendicularis ad eandem Basim: Dico pondus D esse ad pondus E ut BH ad HC.

Quoniam enim pondera D & E in æquilibrio manere se mutuò cogunt, pondus D neque majori neque minori vi funem FG trahit quam pondus E. Quare, si secaretur Funis in quocunque puncto, ut I, & utrâque parte FI, GI, porrectâ transirent ambæ supra Trochleam L, adeo ut FI, in N & GI in M extenderetur: necessario ad sustinendum pondus D, apponendum esset pondus in N, æquale ponderi apponendum in M, ad pondus E sustinendum: Pondera igitur N & M æqualia sunt. Atqui per 22 Prop. pondus D est ad pondus N, ut BH ad AH. Ac per consequens idem pondus D est etiam ad pondus M, ut BH ad AH. Prætereà, per eandem Prop. Pondus M est ad pondus E, ut AH ad HC. Ergò tres Magnitudines habemus ab una parte, scilicet pondus D, pondus M, & pondus E, proportionales tribus aliis, nempe BH, AH, & HC. Ideo, ex æquo, pondus D est ad pondus E, ut BH ad HC. Quod erat demonstrandum.

PROP. XXV.

Jam verò, si Funis qui pondera sustinet, transeat supra Trochleam, quæ illam ita plicet, ut ejus partes parallelæ sint Planis inclinatis. Tunc pondera erunt inter se, ut latera trianguli quibus insistunt.

ESTO Triangulum ABC, cujus Basis BC parallela sit Horizonti. Per latera AB, AC, transeant duo Plana inclinata ad Horizontem quantitate Angulorum acutorum *Fig.* 57. ABC, ACB. Supra Plana insistant duo pondera D & E. Et funis, cujus ope in æquilibrio suspenduntur corpora, transeat supra Trochleam L,

quæ ita plicet eam, ut pars FI, parallela ſit BA; & pars IG parallela AC. Dico pondus D eſſe ad pondus E, ut BA ad AC.

Quoniam enim pondera D & E ſe invicem in æquilibrio permanere cogunt, pondus D neque majori neque minori vi funem trahit quàm pondus E. Quare, ſi funis in quocunque puncto, ut in I, ſecaretur, & ejus partes FI, GI porrigerentur, ac ſupra Trochleam L tranſirent, adeò ut FI, in N & GI in M terminarentur: neceſſariò, ad ſuſtinendum pondus D, apponendum eſſet pondus in N, æquale ponderi appoſito in M, ad pondus E ſuſtinendum. Ideoque ratio ponderis D ad pondus M eadem eſſet ac ratio ejuſdem ponderis ad pondus N. Atqui, ductâ ab Angulo A perpendiculari AH ſupra Baſim BC, ſequitur per 22 Prop. pondus D eſſe ad pondus N, ut BA ad AH. Ergò idem pondus D eſt etiam ad pondus M, ut BA ad AH. Præterea per eandem Prop. Pondus M eſt ad pondus E; ut AH ad AC. Habemus igitur ab unâ parte tres Magnitudines, nempe pondus D, pondus M & pondus E, proportionales tribus aliis, videlicet BA, AH & AC. Ideoque ex æquo pondus D eſt ad pondus E ut BA ad AC. Quod erat demonſtrandum.

PROP.

PROP. XXVI.

Si Planum inclinatum ad Horizontem quantitate Anguli acuti quem facit hypothenusa trianguli rectanguli cum Basi suâ, Horizonti parallela, ferat Pondus Sphæricum suspensum potentiâ, cujus Linea directionis parallela sit ad Planum inclinatum: Ratio gravitatis absolutæ ponderis ad gravitatem relativam quâ Planum premitur, eadem est ac ratio hypothenusæ trianguli rectanguli ad Basim.

ESTO Triangulum FGH Rectangulum in H, & Basis GH parallela horizonti; per hypothenusam FG transeat Planum inclinatum ad Horizontem quantitate Anguli acuti FGH; & Planum istud in puncto D ferat pondus Sphæricum ABCD suspensum potentiâ adeò apposita in A, ut Linea sua directionis AEC transeat per Centrum ponderis E, parallelaque sit FG. Dico eandem esse rationem gravitatis absolutæ ponderis ABCD ad gravitatem relativam quâ Planum inclinatum premit ac FG ad GH. *Fig.* 58.

Auferatur potentia quæ erat in A, verùm ad sustinendum pondus ABCD, ponatur ejus loco superficies LAON, perpendicularis AC, & consequenter FG. Deindè à quocunque puncto, ut L, cadat perpendiculariter ad GH, recta LM, producta si opus sit.

Quoniam posito pondere ABCD supra Planum inclinatum FG, sequitur per 2 Corol. 23 Prop. gravitatem ejus absolutam esse ad gravitatem relativam quâ premit superficiem LAON, ut FG ad FH: per idem Coroll. sequetur etiam, posito eodem pondere supra Planum inclinatum LAON, gravitatem ejus absolutam esse ad gravitatem relati-

vam quâ premit ſuperficiem F G, ut L N ad L M. Sed quia Triangula L M N & F G H; æquiangula ſunt, utpote æquiangula Triangulo G O N: Ratio L N ad L M eadem eſt ac ratio F G ad G H. Igitur, gravitas abſoluta ponderis A B C D eſt ad gravitatem relativam quâ premit Planum F G, ut F G ad G H; Quod erat demonſtrandum.

S C H O L. I.

Si Funis alligetur in C, & tranſiens ſupra Trochleam R (à quâ plicatur ita ut pars ejus *Fig.* 58. C R parallela ſit F G) ab extremo ferat pondus S, in eâ ratione ad pondus ABCD, quâ F H eſt ad F G; ſequitur per 1 Schol. 23 Prop. pondus S fungi officio potentiæ in A vel ſuperficiei L A O N, & impedire quominus pondus A B C D verſus T promoveatur, quando Superficies L A O N ſublata erit. Item, ſi Funis revinciatur in B, &, tranſiens ſupra Trochleam P, pars B P itâ plicetur ut parallela ſit L N, & ab extremo ferat pondus Q in eâ ratione ad pondus A B C D quâ L M eſt ad L N: ſequitur, per idem Schol. Pondus Q fungi officio Superficiei F G, & impedire quominus pondus A B C D ullo modo promoveatur verſus V, quando Planum F G ſublatum erit: Igitur pondus ABCD ſuſpenſum eſt funibus PB, CR. Atqui hoc poſito, facile eſt oſtendere pondus Q eſſe ad pondus S ut G H ad F H. Nam ex hypotheſi, pondus Q eſt ad pondus A B C D ut L M ad L N, vel ut G H ad F G. Præterea, pondus A B C D eſt ad pondus S, ut F G ad F H. Habemus ergo ab una parte tres Magnitudines, nempè pondus Q, Pondus A B C D & Pondus S, proportionales tribus aliis, G H, F G & F H. Ideoque ex æquo Pondus Q eſt ad Pondus S, ut G H ad F H.

S C H O L.

SCHOL. 2.

Hîc notandum eſt Potentiam in A ſuppoſitam, vel Superficiem L A O N ejus loco conſtitutam, non obſtare quin pondus A B C D plus minuſve ponderet in Planum inclinatum F G, ſed anſam præbere illud conſiderandi quaſi gravitans in unicum punctum ſuperficiei. Ideoque, licet pondus volvatur abſque impedimento ſuprà Planum inclinatum F G, reverâ plura puncta Plani viciſſim premet, ſed ratio gravitatis ſuæ ad gravitatem relativam quâ premet punctum Plani quò pervenerit, ſemper eadem erit, hoc eſt, ut F G ad G H.

COROL. 1.

Inde elicere eſt, quod ſi Corpus Sphæricum obliquè feratur ad Superficiem Planam Corporis, ratio totius ejus vîs ad vim quâ collidit ſuperficiem eadem erit ac ratio Radii Circuli ad Sinum Anguli incidentiæ Coporis moventis. Ex. Ca. *Fig.* 59.

Moveatur Pondus Sphæricum A ſecundum Lineam A M, & Angulum incidentiæ faciat cum ſuperficie Plana B E corporis B C D E. Deinde deſcribatur à Centro M, quocunque intervallo, ut M I, Circulum I K; & à Puncto I, perpendiculariter cadat in M K, Linea I L, quæ Sinus erit Anguli incidentiæ A M E. Dico eandem eſſe rationem totius vîs corporis mobilis A, ad vim particularem qua concutiet corpus B C D E, ac Radii Circuli M I, ad Sinum I L, Anguli incidentiæ.

Producatur M I ad quodvis Punctum ut N, Ab hoc Puncto ducatur Linea G N H perpendicularis I N; & à Puncto H ad libitum ſumpto ducatur Linea HF perpendicularis GH, & parallela MN.

Si

Si vis movendi Corporis A consideretur ut Pondus, motum illius versus N dirigens, Linea G N H pro horizontali accipi poterit, F H pro recta perpendiculari horizonti, & F G pro Plano inclinato. Deinde, manifestum erit, per præc. Prop. quod collisio Corporis A contra Planum F G, non differat à pressione Corporis A B C D, figuræ præcedentis, in Planum F G ejusdem figuræ. Ideoque, hîc etiam ratio totius vîs quâ movetur Corpus A, est ad vim particularem quâ collidit in Planum F G, ut F G ad G H. At, quia recta M F secat parallelas N M I & H F & Anguli alterni M F H & I M L æquales sunt inter se; & præterea, quoniam Anguli G H F & I L M recti sunt, ideoque Triangula F G H & M I L, æquiangula, sequitur F G esse ad G H ut M I ad I L, & consequenter rationem totiûs vîs quâ fertur Corpus A, ad vim quâ collidit in Planum FG aut superficiem BE Corporis BCDE, esse eandem ac rationem M I ad I L; Quod erat demonstrandum.

C O R O L. 2.

Hîc etiam determinari potest vis Corporis Sphærici sese moventis intra Angulum à duobus Corporibus se se Tangentibus constitutum, ad hæc duo Corpora diducenda, quæ eorum diductioni resistant quantitate vîs datæ: & ostendi potest Rationem vis Corporis Sphærici ad resistentiam duorum hujuscemodi Corporum, non multò majorem esse ratione Sinûs Anguli à duobus hisce Corporibus comprehensi, ad dimidium Sinûs ejus complementi duobus rectis. Quæ ut ostendantur.

Sint duo Corpora CBEF & CDGH adeò juncta in Puncto C, ut Angulum constituant BCD, diductionique sive incremento Anguli obstent quantitate vîs datæ. *Fig.* 60. Præterea, Corpus Sphæricum adeo moveatur intra Angu-

Angulum BCD ex A versus C, ut ejus Linea directionis IC Angulum hunc bifariam dividat. Jam ostendere oportet corpus A corpora CBEF, & CDGH diducere posse, modò ratio vis suæ ad vim resistentiæ horum corporum, paulò major sit ratione Sinûs Anguli BCD ad dimidium Sinûs complementi duobus rectis.

A Centro I, ad Puncta K & L, ubi Lineas CB, CD Corpus Sphæricum tangit, ducantur rectæ IK, IL; versùs Q producatur IK, & à Puncto L in IQ perpendiculariter cadat recta LP, & junctis Lineâ recta KL, Punctis K & L, à Centro I ducatur NIO parallela KL.

Quoniam rectæ IK, IL, à Centro I ducuntur ad Puncta contactûs K & L, sequitur Angulos IKC & ILC rectos esse, & Triangula IKC & ILC, Angulos ad C æquales & Lineam IC communem habentia, æqualia esse inter se. Ideoque Angulus CIK æquatur Angulo CIL. Jam, quia Triangulorum IKM & ILM latera IK, IM, æquantur lateribus IL, IM, & Angulus MIK Angulo MIL: Basis MK erit æqualis Basi ML, Angulus IKM Angulo ILM; & Angulus IMK Angulo IML. Igitur recta CI perpendicularis est KL, & consequenter NO ipsi KL parallela. Præterea, si ab Angulis OIC & NIC inter se æqualibus demantur Anguli LIM & KIM, reliqua LIO, KIN inter se erunt æqualia. Ideoque Angulus LIQ duplus est Angulo LIO. Præterea, quoniam ab Angulo Recto Trianguli Rectanguli CIO, perpendicularis IL cadit supra Basim CO, quæ Triangulum hoc dividit in dua alia nempè ILC, ILO toti & inter se similia; quamobrem Angulus LIO æquatur Angulo LCI, & consequenter Angulus totus LIQ æquatur toti Angulo LCK: Præterea quoniam in Trapezio CLIK, quatuor Anguli quatuor Rectis æquantur, & quia duo CKI, & CLI recti

sunt;

ſunt; ſequitur duos alios LCK & LIK ſimul ſumptos duobus Rectis etiam æquari, & alterutrum Angulum alterius eſſe complementum duobus Rectis. Igitur Angulus MIL eſt dimidium complementi duobus Rectis Anguli LCK aut BCD aut LIQ æqualis. Tandem in circulo KSL manifeſtum eſt LP Sinum eſſe Anguli LIQ, aut æqualis BCD. Ergo nunc demonſtrandum ſupereſt corpus Sphæricum A corpora CBEF, CDGH diducere poſſe, modò Ratio vîs ſuæ ad reſiſtentiam horum corporum, paulo major ſit Ratione LP ad LM. Hoc autem haud difficile erit ſi ab una parte conſideremus, vim quâ ambo corpora CBEF, CDGH, diductioni ſua obſtant, idem prorsùs efficere ac gravitas vi iſti æqualis, quæ Puncto K apponeretur, & cujus Lineâ directionis eſſet recta KIP, Tangens ſcilicet circuli cujus centrum eſſet C quæque repelleret corpus A versùs corpus CDGH, dùm iſtud Planè immotum foret. Et ab alia parte, vim quâ corpus A movetur, nihil amplius agere Potentiâ æquali, appoſitâ centro I hujus corporis, quæ IC pro Linea directionis haberet. Nam, per Coroll. 4. Axiom. hæc gravitas in K æquari debet Potentiæ quæ apponeretur, ut eundem effectum ac ipſa produceret. Item, Potentia in I æquari debet ei quæ apponenda eſſet in M, ut eundem ac ipsa producat effectum. Atqui poſitâ gravitate in P & Potentiâ in M, habemus vectim incurvatum MLP, cujus Punctum fixum eſt L, diſtantia Potentiæ ML, & diſtantia Ponderis LP: Itaque, per 10 Prop. Ratio Potentiæ quæ eſſet apponenda in M, ut ſuperetur reſiſtentia quâ gravitas in P huic gravitati obſtat, non multò major eſſet ratione LP ad LM. Poſitis igitur vi corporis A vice Potentiæ in M, & vi, quâ, corpora CBEF, CDGH diductioni ſuæ reſiſtunt, vice gravitatis in P: verum etiam erit Rationem prioris vîs ad ſecundam non multò majorem

jorem esse ratione L P ad L M, hoc est, Sinûs Anguli B C D, ad Sinum Anguli C I L, qui Angulus dimidium est ejus complementi duobus Rectis; Quod erat demonstrandum.

COROL. 3.

Igitur quò major est Angulus B C D, eò, major est etiam vis corporis A respectu resistentiæ eorundem corporum C B E F, C D G H; quia Sinus Anguli B C D tantò major fit, & Sinus dimidii complementi tantò minor est.

COROL. 4.

Inde etiam sequitur quod si corpora C B E F, C D G H se se disjungerent in C, vi corporis mobilis A, non remotis eorum extremis B & D: Tunc corpus A tanta vi non indigeret ad ea prorsus diducenda ac in initio egebat: cùm perspicuum sit Angulum à Rectis B C, D C productis constitutum eo minorem fieri quò Mobile versus C promovetur, & è contra dimidium complementi sui duobus rectis majorem fieri.

PROP. XXVII.

Si Potentia, cujus Linea directionis parallela est Horizonti, pondus sustineat ope Cunei cujus alterutrum Planum parallelum est etiam Horizonti; hæc Potentia erit ad pondus suspensum ut perpendicularis Cunei ad suam Basim.

ESTO Cuneus F G H, Rectangulus in G, & alterutrum Planum nempè G H apponatur Superficiei Horizontali L M; potentiaque, cujus Linea directionis parallela *Fig.* 61.

eſt LM, appoſita ſit Plano FG, ad ſuſtinendum corpus grave ABCD, quòd, præterea, à C verſus H volvi nequeat propter Planum IL perpendicularem Horizonti, in quod, puncto B, nititur. Inſuper, cuneus FGH facile negotio moveri poſſit ſupra Planum horizontale LM, & affrictus corporis ABCD in Plana FH, IL non impediat, quominùs corpus iſtud contra hæc Plana haud difficulter moveatur. Dico eandem eſſe rationem Potentiæ in FG ad pondus ab ipsâ ſuſpenſum, ac perpendicularis FG ad Baſim GH.

Quoniam enim corpora ſe ſe tangentia mutuoque ſuſpendentia, æquè & reciprocè pelluntur partibus quibus ſe tangunt; & quia corpus grave ABCD neque plus neque minus pellit Planum FH, in C, quàm ab ipſo Plano & in eodem Puncto pellitur: ſequitur Potentiam cujus Linea directionis parallela eſſet LM, aut GH, quæque, appoſitâ in FG, corpus ABCD ſuſpenderet, æqualem eſſe alteri Potentiæ, cujus Linea directionis foret BD parallela GH, quæque, appoſitâ Puncto B, idem corpus ſuſtineret. Atqui, per 22 Prop. hæc Potentia in B Pondus ABCD ſuſtinens, eſſet ad idem Pondus ut FG ad GH. Ergò Potentia in FG, eſt ad idem Pondus, ut perpendicularis cunei ad Baſim ſuam; Quod erat demonſtrandum.

COROL. 1.

Indè ſequitur, quod Potentia appoſita perpendiculariter ſuperficiei FG cunei FGH, ita ut cuneum pellendo, Pondus ABCD ſursùm verſus tollatur, paulò majorem Rationem habebit ad Pondus, quàm FG ad GH; cùm certum ſit, Potentiam quæ corpus movet, neceſſariò paulò majorem eſſe debere eâ quæ illud tantùm ſuſpendit.

COROL.

COROL. 2.

Indè etiam ſequitur quod Potentia eò minor evadat reſpectu Ponderis quod ſuſtinet, quò acutior eſt Angulus FHG: Nam quò Angulus iſte minor, eò perpendicularis FG fit minor, reſpectu Baſis GH.

SCHOL. 1.

Sæpiùs quidem cuneo utimur eſt ad corpora findenda quàm ad ipſa evehenda. Sed hîc ſupervacaneum foret aliquid particularis iterum obſervari, cùm facillimum ſit doctrinam Propoſitionis præcedentis huic uſui accommodare: Nam perſpicuum eſt alterutram partem corporis quod finditur, pro Plano Horizontali, & reſiſtentiam, quæ ab alterâ parte diductioni obſtat, pro Pondere, cujus Linea directionis eſt Linea perpendicularis ad priorem partem, haberi poſſe.

SCHOL. 2.

Cùm nunquam cuneus agat, niſi lubrico motu quo fertur in partes corporum quæ diducuntur, liquet attritum hîc magis quam in præcedentibus Machinis animadvertendum eſſe. Quare, ut impedimenta, quantùm fieri poterit removeantur, cunei materiâ admodum lubricâ fieri debent.

SCHOL. 3.

Ex iis quæ huc uſque de motibus in Planis inclinatis dicta ſunt, facilè videre eſt difficultatem movendi, in corpore ab alio attrito, non aliunde oriri quam ab ipſarum ſuperficierum ſcabritie, diverſoque ſitu particularum quæ ſuperficies componunt, quæque longè

longè aliter ac ipsæ totæ disponuntur; cùm etiamnum quædam illis sint perpendiculares. Igitur, quando hæ particulæ sibi invicem occurrunt, impossibile est motum incœptum continuari quin particulæ mutuò rumpantur, plicenturve saltem, aut situm immutent. Quocunque autem modo hæc fiant; non nisi cum magna difficultate fieri possunt; Unde evidenter colligitur cuneos optimos materiâ constare durissimâ, & lævigationi aptissimâ.

SCHOL. 4.

Positis quæ modò dicta sunt in Schol. præced. haud difficile est judicare cui rei utilia sint olea & unguina quibus superficies Machinarum se se mutuò tangentium perfricantur, ut facilius moveri queant. Nam manifestum est fieri non posse quin partes unguinum omnes fermè machinarum superficiei cavitates impleant, ita ut multo minus scabrosa sit. His adde quod partes quædam horum Unguinum, quasi totidem palangæ sint quibus partes Machinarum erga se invicem, sine ullo fere contactu moveantur.

PROP. XXVIII.

Si Potentia pondus Cochleâ sustineat, hæc Potentia ad pondus erit, ut altitudo Cochleæ ad Lineam toties ejus ambitum continentem, quot sunt gradus aut helices in ejus altitudine.

ESTO Cochlea digitalis altitudinis; & in hâc altitudine sint duodecim gradus aut helices; ejusque ambitus sesqui-digitalis sit. Dico, Potentiam hâc Cochleâ Pondus suspendentem, esse ad idem Pondus ut 1. ad 18. cùm duodecies sesquidigiti, 18. digitos constituant.

Nam

Nam Cochlea nihil aliud eſt quàm Planum inclinatum circa Cylindrum volutum: inclinatio hujus Plani eſt inclinatio unius gradus Cochleæ: ejus perpendicularis eſt altitudo Cochleæ: & Baſis ejus eſt evolutio circuitus Cochleæ toties, quot gradus ipſa continet. Itaque quidquid hîc proponitur id ipſum eſt quod in Propoſitione præcedenti oſtenſum fuit. Si igitur Potentia, *&c.*

COROL. 1.

Exinde manifeſtò ſequitur, quod Potentia quæ pondus Cochleâ ſuſpendit eò minor eſſe debet, quò magis Cochleæ gradus preſſi ſunt. Nam altitudo Cochleæ eò minor eſt reſpectu Lineæ ab evolutione graduum productæ, quò majorem graduum numerum continet.

COROL. 2.

Hinc etiam evidenter liquet Potentiam, quæ pondus Cochleâ ſurſum feret, non multò majorem ad pondus habituram eſſe rationem quàm altitudo Cochleæ ad Lineam ab ejus graduum evolutione productam: Hæc enim Potentia non multò major eſſe debet eâ quæ pondus tantùm ſuſtinere poteſt.

SCHOL 1.

Quod in uſu plerumque expertum ſit Vim multò majorem requiri ad pondus Cochleâ movendum, quàm ad illud tantùm ſuſpendendum; hoc oritur ſolummodò ab affrictu Machinæ, nam utique præcedens Argumentum valet.

SCHOL. 2.

Raró adhibetur tantùm Cochlea, ad corpus quodpiam movendum aut ſuſtinendum. Ferè ſemper enim illam comitatur receptaculum quoddam ſtriatum circà Cochleam verſatile, aut intra quod circumagi poteſt Cochlea. Horum autem communior uſus eſt premendi corpus intra alia duo. Sed quoniam Artes innumeræ præbent exempla quæ multò meliùs inſtruere poſſunt quàm quælibet argu-

menta, verbum non amplius addam, & Lectoris investigationi relinquam quid in ejusmodi Machinis locum corporis gravis & Potentiæ occupet; ut ipse rationes & consequentias Propositionis præcedentis ad usum revocet.

PROP. XXIX.

Liquor gravis in Tubo æqualis crassitiei, & Horizonti perpendiculari contentus, deorsum fertur ad exeundum, vi proportionali suæ intra Tubum altitudini.

ESTO Tubus AB æqualis crassitiei & perpendicularis Horizonti: Clauso foramine B, impleatur pars hujus Tubi Liquore gravi. *Fig.* 62. Dico Liquorem hunc niti ad exeundum per foramen B, vi altitudini suæ proportionali: hoc est, quòd si, Ve. gr. totum spatium BE quod triplum est spatio BC, impletum sit, liquor egredi conabitur per foramen B, vi triplâ illius quâ ad exitum tenderet, si spatium BC non excederet.

Nam manifestum est vim quâ Liquor in Tubo contentus, ad exeundum nititur, proportionalem esse gravitati suæ. Atqui hæc gravitas proportionalis est quantitati Liquoris, & hæc quantitas proportionalis est altitudini Liquoris in Tubo contenti: Ideoque vis quâ Liquor per extremum inferius exitum quærit, proportionalis est suæ intra Tubum altitudini. Quod erat demonstrandum.

COROL. I.

Hinc clarè patet quod si è duobus Tubis æqualis inter se crassitiei quislibet certam ejusdem Liquoris quantitatem contineat, vires quibus hi Liquores ad egressum tendent, in ratione altitudinum Tuborum inter se erunt, & consequenter si altitudines æquales sint, vires eorum ad exeundum æquales quoque erunt.

COROL.

COROL. 2.

Hinc etiam liquet quod si duo Tubi æqualis inter se crassitiei, & perpendiculares Horizonti, tertio apponantur ejusdem crassitiei & parallelo Horizonti, cujus ope alius cum alio communicetur: Liquor in alterutro effusus, in alium permeabit, & in utroque æqualem obstinebit altitudinem. Ex. Ca. Tubi duo AB, CD, æqualis inter se crassitiei, & perpendiculares Horizonti, apponantur, tertio Tubo BD crassitiei æqualis & parallelo Horizonti, cujus ope inter se communicent. Si diffundatur aqua, aut quislibet alius Liquor, intra Tubum A, in alterum permeabit, & in ambobus ejusdem erit altitudinis, ita ut, cum in uno erit altitudinis BE, in altero erit altitudinis DF. Nam perspicuum est quòd si Liquor in uno, ut in AB, majorem quam in altero obtineret altitudinem, vim quoque descendendi & impellendi à B versùs D, Liquorem in Tubo Horizontali contentum, majorem haberet, quam Liquor Tubi CD ad repellendum Liquorem Tubi Horizontalis à D versùs B; ideoque pars liquoris qui majorem vim haberet, descenderet, & alium ascendere cogeret, donec ambæ in utroque Tubo æqualis essent altitudinis. *Fig. 63.*

PROP. XXX.

Si Liquor gravis æqualis sit altitudinis duobus in Tubis Horizonti perpendicularibus, & inæqualis crassitiei, vis quâ exitum quæret per foramen inferius Tubi crassioris, erit ad vim quâ ad exeundum tendet per foramen inferius exilioris, ut Basis Tubi crassioris ad Basim Tubi exilioris.

SInt AB & CD duo Tubi perpendiculares Horizonti; & AB crassior sit CD; & intra hosce Tubos infundatur idem Liquor ad æquales altitudines BE, DF. Dico, vim quâ Liquor intra Tubum AB contentus per foramen B ad exeundum

tendit, esse ad vim quâ Liquor intra Tu-
Fig. 64. bum CD contentus per foramen D egredi conatur, ut superficies Basis Tubi A B, est ad superficiem Basis Tubi C D.

Nam manifestum est vim quâ Liquor contentus in Tubo A B tendit ad exeundum esse ad vim quâ Liquor in alio Tubo C D contentus egredi nititur, ut gravitas unius ad alterius gravitatem. Atqui gravitas unius est ad gravitatem alterius, ut quantitas unius ad quantitatem alterius. Et quantitas unius est ad quantitatem alterius ut superficies Basîs Tubi intra quem unus continetur, est ad superficiem Basîs Tubi alterius. Itaque vis quâ Liquor unius Tubi ad exitum fertur, est ad vim quâ Liquor alterius exire conatur, ut superficies Basîs unius, ad superficiem Basis alterius; Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Inde clarè patet quod si Tubi duo perpendiculares Horizonti inæqualis sint crassitiei, & altitudines Liquoris quem continent etiam inæquales, vis quâ Liquor in alterutro contentus ad exeundum tendit, erit ad vim quâ Liquor in altero contentus exire quoque nititur, in ratione compositâ rationis superficiei Basîs unius ad superficiem Basîs alterius, & rationis altitudinis Liquoris contenti in uno ad altitudinem illius qui in altero continetur. Ita, si Diameter alterutrius Tubi duplus foret Diametro alterius, ideòque superficies Basîs unius quadrupla superficies Basîs alterius; & si altitudo Liquoris in priori Tubo contenti tripla esset altitudine Liquoris qui in alio continetur: Vis quâ Liquor è priori Tubo ad exitum tenderet, esset ad vim qua è posteriori egredi niteretur, in ratione composita Quadruplæ & Triplæ, hoc est, in ratione 12. ad 1.

PROP. XXXI.

Si Tubus æqualis crassitiei, & inclinatus ad Horizontem, impleatur Liquore gravi; gravitas absoluta Liquoris

Liquoris erit ad gravitatem suam relativam hoc est, ad vim quâ per foramen inferius Tubi ad exeundum tendet, ut Longitudo hujus Tubi est ad altitudinem suam perpendicularem.

ESTO Tubus AB æqualis crassitiei, & inclinatus ad Horizontem BC. Impleatur Tubus iste Liquore gravi quæ ad exitum per foramen inferius B feratur. Dico gravitatem absolutam hujusce Liquoris esse ad gravitatem relativam, hoc est, ad vim quâ per foramen B egredi nititur, ut AB ad AD. *Fig. 65.*

Cùm enim Liquorum particulæ admodum Lubricæ sint, moveanturque facillimè aliæ in alias, considerari possunt tanquam Sphæricæ quamvis hâc figurâ præditæ non sint. Itaque particulæ omnes Liquoris in Tubo AB contenti, tum, quæ se se mutuo sustinent, tum quæ alias impellunt secundùm Longitudinem Tubi, descendere nituntur; non secùs ac Sphærica Corpora 6 Scholii, 23 Prop. Ideòque ratio gravitatis absolutæ omnis Liquoris in Tubo AB contenti, ad vim particularem quâ totus hic Liquor exire conatur per foramen B, eadem esse debet ac ratio gravitatis absolutæ seriei Globorum * se se consequentium supra Planum inclinatum, ad vim particularem quâ simul descendere nituntur supra Planum. Atqui ostensum fuit gravitatem absolutam seriei Globorum esse ad gravitatem relativam quâ simul deorsùm nituntur, ut AB ad AD: Ergò gravitas absoluta omnium particularum Liquoris Tubum AB implentis, est ad vim quâ omnes simul ad exitum feruntur per foramen B, ut AB est ad AD, hoc est ut Longitudo Tubi ad altitudinem suam perpendicularem: Quod erat demonstrandum.

* *Prop. 23. Schol. 6.*

SCHOLIUM.

Hîc notandum est quod, licet Tubus inclinatus

& æqualis craſſitiei tantum partim impleretur, ſemper eadem eſſet ratio gravitatis abſolutæ Liquoris in ipſo contenti, ad vim particularem quâ Liquor iſte ad exitum per foramen inferius fertur, ac Longitudinis ſuæ ad altitudinem ſuam perpendicularem.

Fig. 66. Itaque, pars BE Tubi AB Liquore tantùm impleatur, ratio gravitatis abſolutæ Liquoris ad vim particularem quâ ad exeundum per foramen B nititur eadem erit ac ratio Longitudinis Tubi AB ad altitudinem ſuam perpendicularem AD; pars enim Tubi AE, quæ vacua eſt conſiderari haud debet, & idem eſt ac ſi Tubus tantùm eſſet Longitudinis BE. Atqui, modò oſtenſum eſt eandem eſſe rationem gravitatis abſolutæ Liquoris EB, ad vim particularem quâ per foramen B ad exitum fertur, quàm Longitudinis BE ad altitudinem perpendicularem EF; ſed quoniam Triangula EBF & ABD ſimilia ſunt cum Rectangula ſint, & Angulum communem B habeant, ſequitur rationem BE ad EF eſſe eandem ac AB ad AD. Ideoque eadem eſt ratio gravitatis Liquoris BE, ad vim particularem quâ per foramen B exire conatur, ac Longitudinis Tubi AB ad altitudinem ſuam perpendicularem AD.

COROL. I.

Hinc ſequitur vim quâ Liquor egredi nititur per extremum inferius Tubi æqualis craſſitiei & inclinati ad Horizontem, æqualem eſſe vi quâ ſimilis Liquor ad exeundum fertur ex alio Tubo ejuſdem craſſitiei, perpendicularique Horizonti, & intra quem Liquor æquè altus eſt ac in Tubo inclinato,

Fig. 67. Ve. gr. Sint Tubi AB, CD æqualis craſſitiei & AB inclinetur ad Horizontem FE, & CD ei ſit perpendicularis, extremaque Tuborum inferiora ſint in Linea FE, & Liquor æqualem altitudinem obtineat in utriſque, hoc eſt, ad Lineam Horizontalem GH uſque perveniat:

veniat: Dico vim quâ Liquor BH per foramen B exire tendet æquaturam vi quâ Liquor DG per foramen D egredi nitetur.

Nam ſi ducatur Linea HI perpendicularis Horizonti colligetur Scholio ſuprà notato, Vim quâ Liquor BH exire nititur per foramen B eſſe ad gravitatem abſolutam ejuſdem Liquoris, hoc eſt, ad vim quâ egredi conaretur, ſi Tubus AB perpendicularis eſſet Horizonti, ut HI, aut æqualis DG, ad BH. Sed, per 1 Coroll. 29 Prop. Vis quâ Liquor DG per per foramen D ad exitum tendit eſt etiam ad vim quâ Liquor BH ad egreſſum tenderet ex Tubo AB, poſito perpendiculari Horizonti, ut DG ad BH. Ideoque vis quâ Liquor BH per foramen B Tubi inclinati AB exire nititur, eſt ad vim quâ idem Liquor per idem foramen deorſum tenderet, ſi Tubus perpendicularis eſſet Horizonti, ut vis quâ Liquor DG ex Tubo CD ad exitum fertur, eſt ad eandem vim exeundi ex Tubo AB quam Liquor BH haberet, ſi perpendicularis eſſet Horizonti. Itaque, cùm vires iſtæ duæ eandem rationem habeant ad tertiam; ſequitur inter ſe æquales eſſe; hoc eſt, vim quâ Liquor BH ad exitum per foramen B Tubi inclinati AB fertur, æqualem eſſe vi quâ Liquor DG per foramen D exire nititur.

COROL. 2.

Inde elicere eſt quod ſi plures Tubi æqualis craſſitiei, & diverſimodè ad Horizontem inclinati, impleantur Liquore eodem, qui ſit in omnibus ad eandem altitudinem, Liquor iſte non majori vi nitetur exire ab uno quàm ab alio. Igitur, ſi Tubus LM ſit ejuſdem craſſitiei ac Tubus AB, ſed aliter inclinatus, impletuſque eodem Liquore, qui ejuſdem ſit altitudinis: Vis quâ hic Liquor ex Tubo LM exire tendet æqualis erit vi quâ ex Tubo AB exire nititur; nam quælibet *Fig.* 67.

libet harum virium æquatur ei quâ ſimilis Liquor ad exeundum ex Tubo perpendiculari CD tenderet.

COROL. 3.

Tandem colligitur altitudine Liquoris in alterutro Tubo altiori poſitâ, vim qua alteruter ad exeundum fertur ex Tubo ubi altior eſſet, majorem eſſe eâ quâ ex alio ad exitum tendit. Cum perſpicuum ſit paulò plus Liquoris ac per conſequens gravitatis in hoc Tubo quam in alio eſſe.

PROP. XXXII.

Si Syphon, cujus pedes æqualis ſunt craſſitiei, invertatur, Liquor in ipſo contentus ad Libellam erit, vel ſe ita diſponet.

Fig. 68. ESTO Syphon ABC, cujus pedes AB, BC æqualis ſint craſſitiei, & inverſo, uti in hac figura videtur, Liquor infundatur. Dico Liquorem ad libellam ſeſe diſpoſiturum in ambobus pedibus: hoc eſt Puncta D & E, ubi terminatur, fore in Linea DE parallela Horizonti.

Nam Syphon ABC non differt à duobus Tubis æqualis craſſitiei, in Puncto B conjunctis impletiſque Liquore gravi æqualis altitudinis. Unde ſequitur Liquorem unius nec magis nec minus deorſum tendere quam alterius, ſeque mutuò æqualiter impellere nec tamen vincere poſſe. Si autem Liquor in alterutro pede altior eſſet, ibi majorem vim deſcendendi haberet, per 3 Coroll. præced. Prop. Unde ſequeretur ab illa parte deſcenſurum & in alium permeaturum, donec ad libellam in utroque diſponeretur. Tunc igitur, Liquor totus horizontaliter & in æquilibrio foret, cùm vires deſcendendi in utroque æquales eſſent. Ideoque ſi Syphon cujus pedes æquales ſunt craſſitiei, invertatur, Liquor intra ipſum contentus ad libellam erit aut ſe ita diſponet; Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIUM.

Quamvis alter Siphonis pes contortus esset, Liquor tamen gravis in ipso contentus, se ad situm Horizontalem disponeret; cùm manifestum sit Tubum variorum flexuum, utique æquivalere Plano ad diversa latera inclinato.

PROP. XXXIII.

Si Tubus, cujus alterum extremum altero crassius est, perpendicularis sit Horizonti, Liquor gravis in ipso contentus neque majori neque minori vi per foramen inferius exire conabitur, quàm si tota ejus crassities inferioris partis crassitiei æquaretur.

ESTO primùm Tubus ABCD perpendicularis Horizonti & crassior superiori quam inferiori extremo. Dico, Liquorem in ipso contentum eâdem vi per foramen inferius BC, ad exitum tendere, ac si tota ejus crassities æquaretur crassitiei BC. *Fig.* 69.

Si enim per B & C ducantur rectæ BE, CF perpendiculares Horizonti, & consequenter inter se parallelæ, clarè patet columnam Liquoris inter hasce Lineas comprehensam utique ponderari suprà foramen BC; sed quoque patet omnia filamenta ad Columnæ latera suprà hoc foramen non ponderari, sed tantum in superficiem inferiorem Tubi; unde sequitur ac neutiquam ponderosa considerari debere. Ideoque totùs Liquor gravis in Tubo ABCD contentus, neque plus neque minus gravitat, quam si Tubus ubique ut inferius extremum crassus esset.

Esto 2. Tubus ABCD perpendicularis Horizonti, sed in inferiori extremo crassior quam in superiori. Dico, Liquorem ponderosum in ipso contentum neque majori neque minori vi deorsùm ferri, quàm si tota Tubi crassities inferiori parti æqualis esset. *Fig.* 70.

Ut hæc veritas, aliquid duri & sensui communi adversi

adverſi ſtatim præ ſe ferens, clarè pateat, primùm concipiatur Planum inferiori aperturæ appoſitum, quod exitui Liquoris obſtet. Deinde per Puncta A & D ducantur rectæ AE, DF, perpendiculares Horizonti. Hæ Lineæ ſignabunt in ſuperficie BC Puncta E & F, ubi terminatur Diameter Columnæ Liquoris Horizonti perpendicularis, cujus craſſities æquabitur foramini AD, quæ Columna, ut facile videre eſt, toto pondere ſuo premet partem EF ſuperficiei BC, huic eidem foramini AD æqualem. Deinde notandum quod, dum Columna AEFD gravitat in partem EF, pars quædam, ut MEF, tanquam fulcrum vim Columnæ incurvat verſus LM, deflectitque ad premendam partem GE, ſuperficiei BC æqualis EF. Atqui vis Liquoris inter ALG, & DME à vi Liquoris intra Tubum inclinatum contenti neutiquam differt. Igitur, per 1 Coroll. 31 Prop. Liquor iſte inter ALG & DME comprehenſus, neque plus neque minus premit partem GE quam premebat partem EF. Dein, intellectu facile eſt quamlibet partem ſuperficiei BC æqualem EF, eodem modo premi Columnâ incurvatâ Liquoris. Sed hoc utique fieret, ſi Tubus ubique eſſet craſſitiei æqualis aperturæ BC. Unde ſequitur quod, licet Tubus ABCD inferiore parte amplior ſit ſuperiore, Liquor gravis quo impletur, ad exitum per inferius extremum fertur eadem vi, ac ſi ubique ejuſdem eſſet craſſitiei, quâ verſus inferius extrèmum præditus eſt.

COROL. I.

Miranda inde conſequentia deducitur, nimirùm quod ſi Dolium aquâ refertum ſuprà alterutrum fundum erigatur, & foramini cuidam fundi ſuperioris apponatur Tubus multoties altitudinem Dolii ſuperans, quamvis tam exilis eſſet, ut minima aquæ quantitas illum impleret: Hæc parvula quantitas cauſa eſſet cur fundus inferior tantâ quantitate onera-

onenaretur quantâ prius onerabatur. Ve. gr. Si Dolium 560 aquæ Libras contineret, & foramini superioris fundi apponeretur, Tubus altitudinem Dolii centies occupans, & adeo parvus aut exilis ut Aquæ Pondo illum impleret: Hoc Pondo conjunctim cum 560 aliis agens, causa esset cur fundus inferior oneraretur gravitate 56560 Pondo. Nam Tubi & Dolii compages non differt à Tubo cujus infima pars superiore multò crassior est.

COROL. 2.

Hæc iterum consequentia inde elicitur nimirùm quod si Canaliculus, vasi ita constructo, ut cavitas ejus, mutatâ figurâ, multò major fieri possit adhæreat: Rivulus Liquoris per ipsum intra cavitatem vasis defluens, ejus figuram ita mutabit, ut omnium maximam quas accipere potest assumat. Idque fiet eâ vi quâ fieret alterâ quantitate ejusdem Liquoris, qui Canalem cujus crassities, vasis maximæ cavitatis æqualis impleret, quique tam celeriter ac Rivulus decurreret. Ve. gr. Si Canaliculus AB adhereat vasi ABCDE, quod ita constructum est, ut cavitas sua multò major fieri possit, deserendo scilicet figuram suam, quæ admodum oblonga est, ad assumendum figuram Rectanguli BCFG: Rivulus Liquoris quâdam vi per Canaliculum AB intra cavitatem BCDE decurrens vasis figuram ita mutabit, ut omnium maximam BCFG vas accipiat idque eâ vi quâ eundem effectum produceret Columna ejusdem Liquoris, & ejusdem celeritatis, crassitieique cavitatis maximæ quâ vas præditum esse potest, videlicet figuræ BCFG. *Fig.* 71.

PROP. XXXIV.

Si Siphon inversus pedes inæquales habeat, Liquor gravis in ipso contentus ad libellam sese disponet.

ESTO Siphon ABC, cujus pes alter nempe AB alio crassior sit; Dico, Liquo- *Fig.* 72.

Liquorem effusum per foramen A crassioris pedis, donec pervenerit usque ad D, intra alium pedem BC ad libellam se sic accommodaturum, hoc est, ad Punctum E, in Lineâ DE Horizonti parallelâ positum, ascensurum esse, sive pedes ambo inclinati sint ad Horizontem, sive alteruter sit ei perpendicularis.

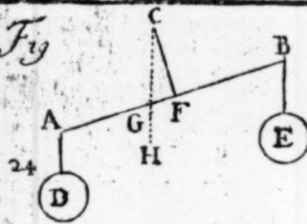
Nam quæcunque sit inæqualitas Tuborum, ostensum fuit in Prop. præc. Liquorem in ipsis contentum neque majori neque minori vi per foramen inferius exire posse quàm si crassities Tuborum ubique æqualis esset inferiori parti. Quare quæcunque sit inæqualitas Siphonis pedum, cum hi pedes nihil aliud sint quam Tubi æqualis crassitiei ad extremum inferius, ubi aperturam communem habent, Siphones quorum pedes sunt inæqualis crassitiei considerari debent tanquam æqualis crassitiei; ideoque Liquor gravis in iis contentus in utroque ad libellam disponi debet. Atqui demonstratum fuit in 32 Prop. Liquorem gravem in Siphone pedum inæqualis crassitiei, ad libellam accommodari debere. Ergo eodem modo hoc est horizontaliter in in iis quorum pedes inæqualis sunt crassitiei esse debet; Quod erat demonstrandum.

SCHOLIUM.

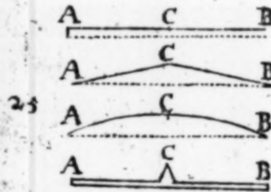
Neque cogitandum est ea quæ modò demonstrata sunt experientiis quas ab aliquot annis fecimus repugnare; quibus ostendimus aquam, in Siphone vitreo, cujus pes alter satis magnus est, alter vero adeò exilis ut Rivulus aquæ Liquoris vix ingredi possit, se ad libellam non accommodaturam, sed magis ascensuram intra pedem exiliorem quam intra alterum: Nam, quæ hîc demonstravimus gravitatem tantum in Liquore & dividendi facilitatem supponunt, cum hæc inæqualitas ascensûs (à nemine huc usque animadversa) à motu partium Liquoris pendeat, ut demonstratum est in primâ parte Tractatûs nostri Physici, Cap. 22. Art. 85.

FINIS.

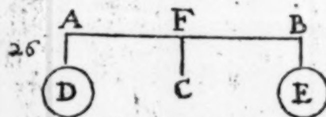
Fig



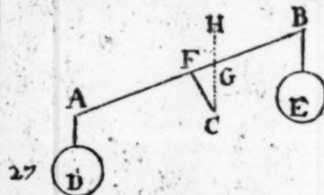
C
B
A
G
F
E
24
H
D



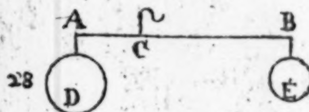
A C B
A C B
25
A C B
A C B



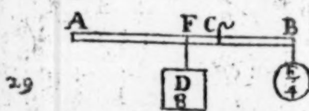
A F B
26
D C E



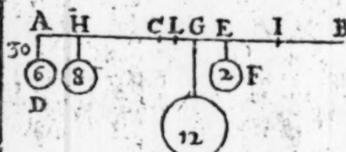
H B
F G
A
C
E
27
D



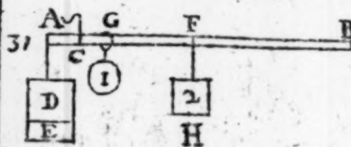
A B
C
28
D E



A F C B
29
D 8
E 4



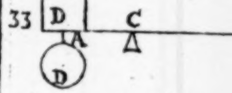
A H C L G E I B
30
6 8 2 F
D
12



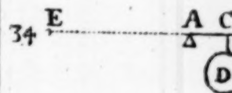
A G F B
31
C
1
D
E
2
H



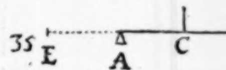
A G H I L
32
C
D
1



33
D
C
A
D



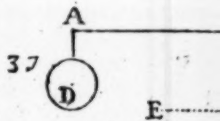
34
E
A C
D



35
E A C



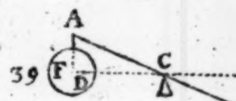
B
A
36
D



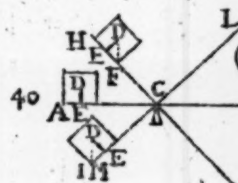
A
37
D
E



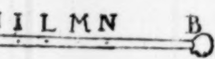
38
A C
D



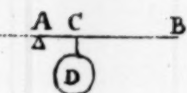
A
39
F
D
C

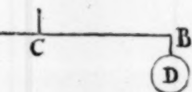


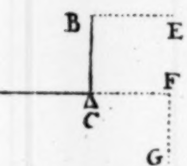
L
H
E
D
F
D
C
40
A E
D
E
I M


I L M N
B


B
E

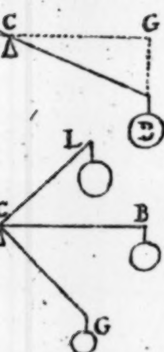

A C
B
D

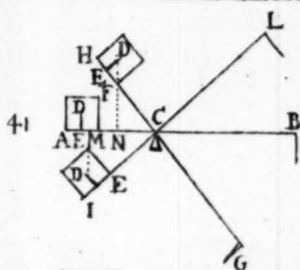

C
B
D

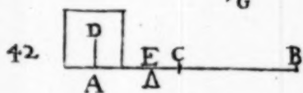

B
E
F
C
G

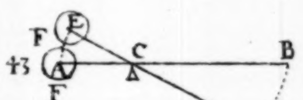

C
F
E
B
G

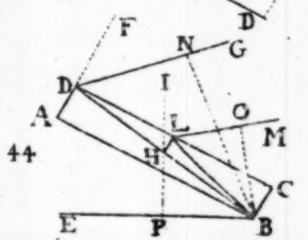

B

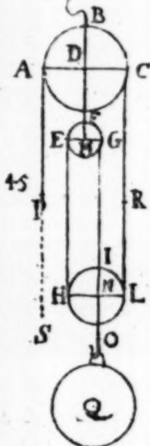

C
G
D
L
B
G

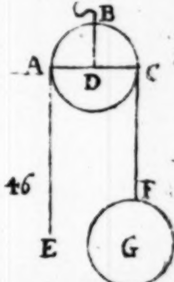

41
H
D
E
F
L
D
C
B
A E M N
D
E
I
G

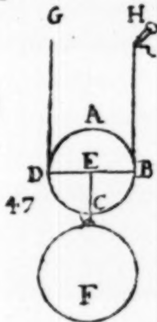

42
D
E C
B
A


43
E
F
C
B
A
F
D


44
F
N
G
D
I
A
L
O
M
H
C
E
P
B

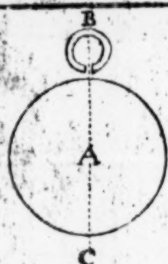

45
B
D
A
C
F
E
G
P
R
I
H
N
L
S
O
Q


46
B
A
D
C
F
E
G

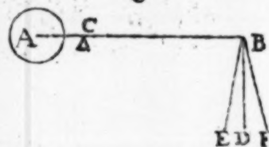

47
G
H
A
D
E
B
C
F

Fig

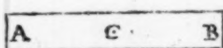
1



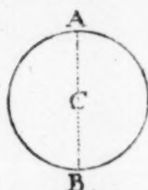
2



3



4



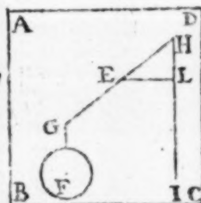
5

6

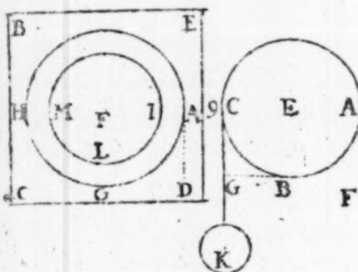


B
C

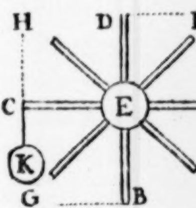
7



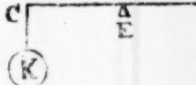
8 9



10



11

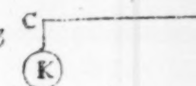


12

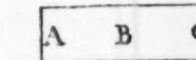


G

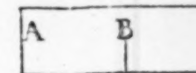
13



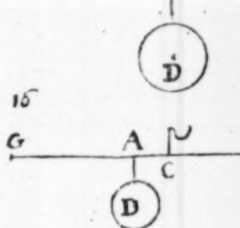
14



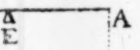
15

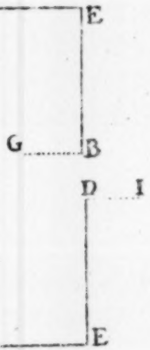


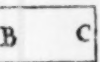
16



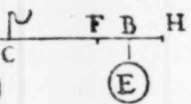

I
E
A
B
F

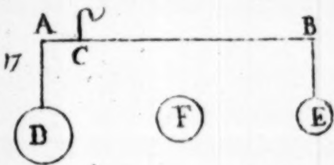

E
A

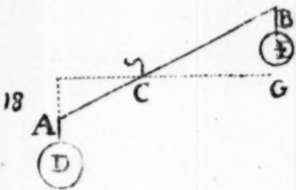

E
G
B
D
I
E

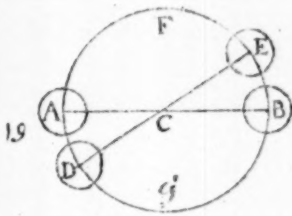

B
C

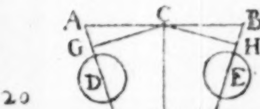

B
C
D

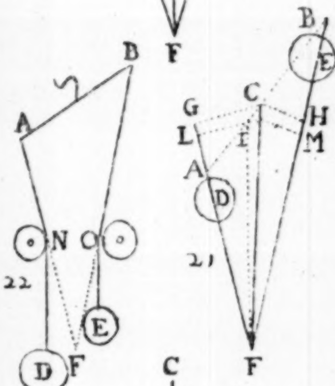

F
B
H
C
E

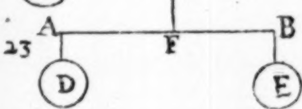

A
C
B
17
D
F
E

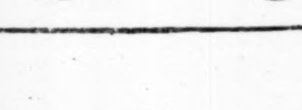

B
C
G
18
A
D

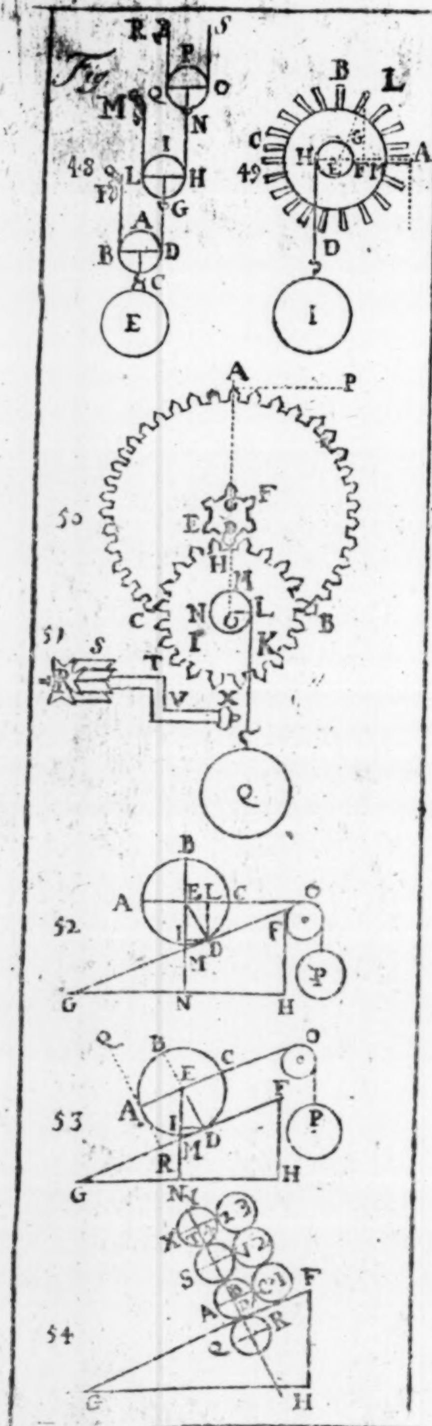

F
E
A
B
C
19
D
G

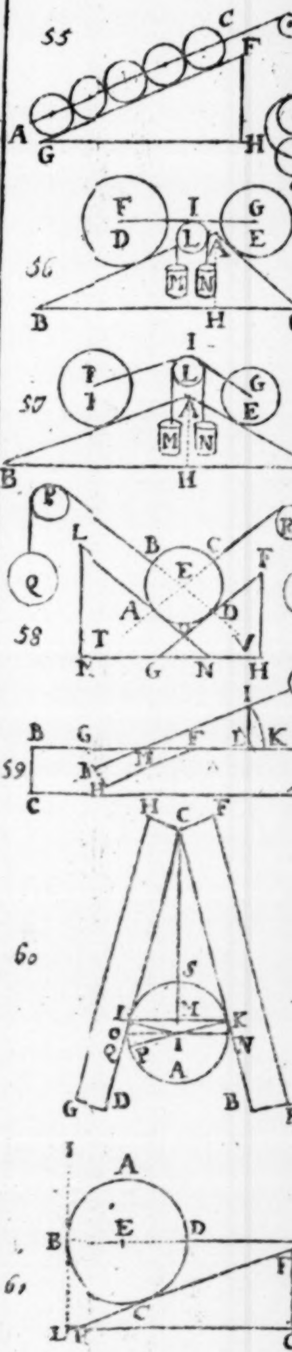

A
C
B
G
H
D
E
20

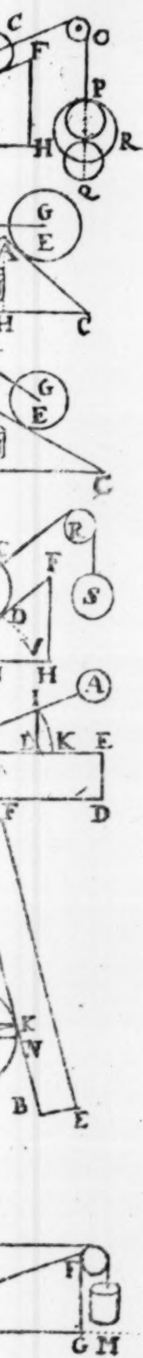
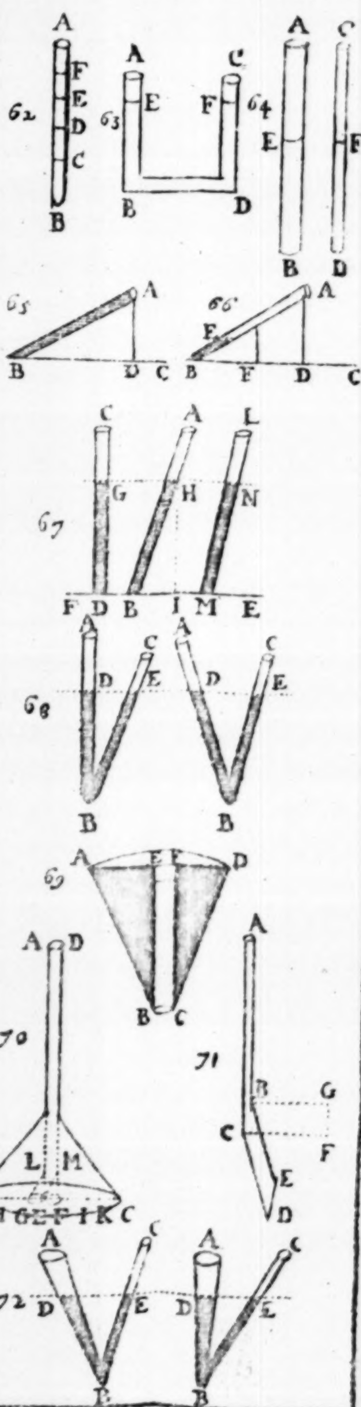

F
B
A
N
22
E
D
F
B
E
G
C
H
L
M
A
D
21
F


C
A
F
B
23


D
E


Fig.
48
49
50
51
52
53
54


55
56
57
58
59
60
61



Tab. 3
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72